

# 不同维状态的多传感器 MAP 航迹融合方法

高蕊, 秦超英, 张希彬

( 商丘师范学院 数学系, 河南 商丘 476000 )

**摘要:** 在分布式多传感器数据融合结构中, 各传感器通过处理各自的观测数据把形成的航迹在融合中心进行处理. 在实际中各传感器的观测信息维数不一致, 也即各传感器可能采用不同的模型观测同一目标; 为解决上述问题, 通过建立状态映射, 提出了输出目标估计状态之间维数不同情况下的带反馈极大验后 (MAP) 估计融合方法, 并通过计算机仿真验证了该算法的有效性.

**关键词:** 航迹融合; 多传感器; MAP 算法

**中图分类号:** TN 911.1    **文献标识码:** A    **文章编号:** 1007-855X(2006)03-0117-04

## The Algorithm of Multi-Sensor MAP Track Fusion with Nonequal Dimension

GAO Rui Q N Chao-ying, ZHANG Xi-bin

( Department of Applied Mathematics, Shangqiu Normal University, Shangqiu, Henan 476000, China )

**Abstract** In the structure of distributed multi-sensor data fusion, each sensor processes its own measurement to form local tracks and then the tracks are processed in the fusion center. In practice, each sensor may have different observation dimension, that is to say, each sensor may make use of different model to observe the same target. In order to solve the above problem, by mapping among the state spaces, a nonequal dimension MAP estimate fusion algorithm between the output target estimate state and feedback is presented in this paper. Computer simulations show the effect of algorithm.

**Key words** track fusion; multi-sensor; MAP algorithm

### 0 引言

航迹融合是多传感器数据融合的重要部分. 在进行状态融合过程中, 不同传感器的目标状态估计误差不一定是相互独立的, 因而最优航迹关联和融合问题的求解变得非常复杂. 文献 [1] 在假定模型是线性高斯的情况下, 讨论了对于分布式跟踪在目标不确定 (即考虑过程噪声) 条件下的几种航迹关联和融合算法, 但只考虑了两个局部传感器的简单情形. 此外还对 Bar-Shalom - Campq 简单凸组合、极大验后 (MAP) 等融合方法性能进行了比较. 其中 MAP 算法由于考虑了状态估计的先验信息, 因而比极大似然意义下的最优融合算法具有更高的精度, 且能有效减少系统误差. 但这些融合算法都假定了状态向量的维数是相同的, 即要求所有传感器采用相同的滤波器. 而实际上, 由于各传感器对目标信息获取程度不同, 且相互之间难以进行实时的信息沟通, 因而对相同目标采用的滤波器不一定相同. 针对上述情况, 论文在文献 [1] 的基础上, 考虑状态误差的相关性, 提出了状态向量维数不同情况下的带反馈极大验后 (MAP) 估计融合算法, 并通过仿真对该算法进行了分析.

### 1 问题描述

设目标的状态方程为:  $X_{k+1} = F_k X_k + G_k V_k \quad k = 0, 1, 2, \dots$  (1)

收稿日期: 2005-05-10

第一作者简介: 高蕊 (1981~), 女, 在读硕士研究生. 主要研究方向: 数据融合、目标跟踪、神经网络等. E-mail: crys-

talun@163.com

其中,  $X_k \in R^n$  是  $k$  时刻目标的状态向量,  $F_k \in R^{n \times n}$  是状态转移矩阵,  $G_k \in R^{n \times h}$  是噪声控制转移矩阵,  $V_k \in R^h$  是高斯白噪声向量, 且  $E[V_k] = 0$   $e[V_k V_l^T] = Q_k \delta_{kl}$

传感器  $S_i$  测量方程为:

$$Z_{k+1}^{(i)} = H_{k+1}^{(i)} X_{k+1}^{(i)} + W_{k+1}^{(i)} \quad (i = 1, 2) \tag{2}$$

其中,  $Z_{k+1}^{(i)} \in R^m$  是观测量,  $H_{k+1}^{(i)} \in R^{m \times n}$  是测量矩阵,  $W_{k+1}^{(i)} \in R^m$  是均值为 0 相互独立的高斯白噪声向量, 且  $E[W_k^{(i)} W_l^{(j)}] = R_k^{(i)} \delta_{kl}$   $(i = 1, 2)$

假设两个传感器的状态向量维数不同, 如果两个模型都能反映目标的部分运动参数, 则从映射理论的角度考虑, 可以认为在真实目标状态和局部状态之间存在着映射关系, 即各个模型的状态是真实目标运动的某些分量的投影. 为此在真实目标状态和局部状态之间建立映射关系为

$$X_k^{(i)} = U_i X_k \tag{3}$$

其中  $U_i (i = 1, 2)$  是映射算子, 即由全局状态向量到局部状态向量的空间映射. 由文献 [4],  $U_i^{-1} = U_i^T$  (这里  $U_i^{-1}$  可以理解为逆映射算子), 从而可得到局部状态向量到全局状态向量的空间映射为:

$$X_k = U_i^T X_k^{(i)} \tag{4}$$

传感器  $S_1$  和  $S_2$  通过 Kalman 滤波形成的带反馈的局部状态估计为

$$\hat{X}_{k+1}^{(f_i)} = U_i \hat{X}_{k+1|k}^{(F)} + P_{k+1|k}^{(f_i)} H_{k+1}^{T(i)} R_{k+1}^{-1(i)} [Z_{k+1}^{(i)} - H_{k+1}^{(i)} U_i \hat{X}_{k+1|k}^{(F)}]$$

其中  $P_{k+1}^{-1(f_i)} = P_{k+1|k}^{-1(F)} + H_{k+1}^{T(i)} R_{k+1}^{-1(i)} H_{k+1}^{(i)}$ ;  $\hat{X}_{k+1|k}^{(F)} = F_k \hat{X}_k^{(F)}$ ;

$$P_{k+1|k}^{(F)} = F_k P_k^{(F)} F_k^T + G_k Q_k G_k^T; P_{k+1|k}^{(f_i)} = U_i P_{k+1|k}^{(F)} U_i^T \quad (i = 1, 2).$$

其中,  $\hat{X}_{k+1}^{(f_i)}$ ,  $\hat{X}_{k+1|k}^{(f_i)}$  和  $P_{k+1}^{(f_i)}$ ,  $P_{k+1|k}^{(f_i)}$  分别为传感器  $S_i$  的局部状态  $X_{k+1}^{(i)}$  的估计和相应的误差方差阵;  $\hat{X}_{k+1|k}^{(F)}$ ,  $P_{k+1|k}^{(F)}$  是目标状态  $X_{k+1}$  的预测值及相应的误差方差阵.

## 2 航迹融合

由文献 [2], MAP 融合估计具有如下形式:

$$\hat{X}_{k+1}^{(F)} = \hat{X}_{k+1|k}^{(F)} + W_1 (\hat{X}_{k+1}^{(f_1)} - \hat{X}_{k+1|k}^{(F)}) + W_2 (\hat{X}_{k+1}^{(f_2)} - \hat{X}_{k+1|k}^{(F)}) \tag{5}$$

其中,  $[W_1, W_2] = V_{xz} V_{zz}^{-1}$  为增益阵,  $V_{xz}$  是目标状态  $X$  和节点局部估计  $\hat{z}$  之间的互协方差阵,  $V_{zz}$  是  $\hat{z}$  的自协方差阵且  $\hat{z} = [\hat{X}_{k+1}^{T(f_1)} \quad \hat{X}_{k+1}^{T(f_2)}] ^T$ . 为处理不同维的情形, 由  $U_i X_k = X_k^{(f_i)}$ , 得  $U_i \hat{X}_{k+1|k}^{(F)} = \hat{X}_{k+1|k}^{(f_i)}$ , 于是

$$\begin{aligned} \hat{X}_{k+1}^{(F)} &= \hat{X}_{k+1|k}^{(F)} + W_1 (\hat{X}_{k+1}^{(f_1)} - U_1 \hat{X}_{k+1|k}^{(F)}) + W_2 (\hat{X}_{k+1}^{(f_2)} - U_2 \hat{X}_{k+1|k}^{(F)}) \\ &= \hat{X}_{k+1|k}^{(F)} + [W_1 \quad W_2] \begin{bmatrix} \hat{X}_{k+1}^{(f_1)} - U_1 \hat{X}_{k+1|k}^{(F)} \\ \hat{X}_{k+1}^{(f_2)} - U_2 \hat{X}_{k+1|k}^{(F)} \end{bmatrix} = \hat{X}_{k+1|k}^{(F)} + V_{xz} V_{zz}^{-1} \left[ \begin{bmatrix} \hat{X}_{k+1}^{(f_1)} \\ \hat{X}_{k+1}^{(f_2)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} \hat{X}_{k+1|k}^{(F)} \right] \end{aligned} \tag{6}$$

记  $V_{xz} = [V_1 \quad V_2]$  (7)

则有  $V_1 = E[(X_{k+1} - \hat{X}_{k+1|k}^{(F)}) (\hat{X}_{k+1}^{(f_1)} - U_1 \hat{X}_{k+1|k}^{(F)})^T]$   
 $= E[(X_{k+1} - \hat{X}_{k+1|k}^{(F)}) [(U_1 X_{k+1} - U_1 \hat{X}_{k+1|k}^{(F)}) - (U_1 X_{k+1} - \hat{X}_{k+1}^{(f_1)})]^T] = P_{k+1|k}^{(F)} U_1^T - U_1^T \hat{X}_{k+1}^{(f_1)}$  (8)

同理  $V_2 = E[(X_{k+1} - \hat{X}_{k+1|k}^{(F)}) (\hat{X}_{k+1}^{(f_2)} - U_2 \hat{X}_{k+1|k}^{(F)})^T] = P_{k+1|k}^{(F)} U_2^T - U_2^T P_{k+1}^{(f_2)}$  (9)

又记  $V_{zz} = \begin{bmatrix} V_{11} & V_{12} \\ V_{21} & V_{22} \end{bmatrix}$  (10)

则有  $V_{11} = E[(\hat{X}_{k+1}^{(f_1)} - \hat{X}_{k+1|k}^{(f_1)}) (\hat{X}_{k+1}^{(f_1)} - \hat{X}_{k+1|k}^{(f_1)})^T]$   
 $= E[[ (\hat{X}_{k+1}^{(f_1)} - \hat{X}_{k+1|k}^{(f_1)}) + (X_{k+1}^{(f_1)} - \hat{X}_{k+1|k}^{(f_1)}) ] [ (\hat{X}_{k+1}^{(f_1)} - \hat{X}_{k+1|k}^{(f_1)}) + (X_{k+1}^{(f_1)} - \hat{X}_{k+1|k}^{(f_1)}) ]^T]$   
 $= U_1 P_{k+1|k}^{(F)} U_1^T - P_{k+1}^{(f_1)}$  (11)

类似地可得  $V_{12} = E[(\hat{X}_{k+1}^{(f_1)} - \hat{X}_{k+1|k}^{(f_1)}) (\hat{X}_{k+1}^{(f_2)} - \hat{X}_{k+1|k}^{(f_2)})^T] = U_1 P_{k+1|k}^{(F)} U_1^T + P_{k+1}^{(f_2)} - P_{k+1}^{(f_1)} U_1 U_2^T - U_1 U_2^T P_{k+1}^{(f_2)}$  (12)

$$V_{21} = V_{12}^T = U_2 P_{k+1|k}^{(F)} U_1^T + P_{k+1}^{(f_1)} - U_2 U_1^T P_{k+1}^{(f_1)} - P_{k+1}^{(f_2)} U_2 U_1^T$$
 (13)

$$V_{22} = E[(\hat{X}_{k+1}^{(f_2)} - \hat{X}_{k+1|k}^{(f_2)}) (\hat{X}_{k+1}^{(f_2)} - \hat{X}_{k+1|k}^{(f_2)})^T] = U_2 P_{k+1|k}^{(F)} U_2^T - P_{k+1}^{(f_2)}$$
 (14)

其中传感器  $S_1$  和  $S_2$  的互协方差阵  $P_{k+1}^{(12)}$ ,  $P_{k+1}^{(21)}$  为

$$\begin{aligned}
P_{k+1}^{(12)} &= E[(X_{k+1}^{(f1)} - \hat{X}_{k+1}^{(f1)})(X_{k+1}^{(f2)} - \hat{X}_{k+1}^{(f2)})^T] = E[(X_{k+1}^{(f1)} - \hat{X}_{k+1k}^{(f1)} + (\hat{X}_{k+1k}^{(f1)} - \hat{X}_{k+1}^{(f1)})) \\
& [ (X_{k+1}^{(f2)} - \hat{X}_{k+1k}^{(f2)}) + (\hat{X}_{k+1k}^{(f2)} - \hat{X}_{k+1}^{(f2)}) ]^T] = P_{k+1}^{(f1)} U_1 P_{k+1k}^{-1(F)} U_2^T P_{k+1}^{(f2)} + K_{k+1}^{(1)} R_{k+1}^{(12)} K_{k+1}^{(2)} \\
P_{k+1}^{(21)} &= P_{k+1}^{(12)}
\end{aligned}
\tag{15}$$

目标状态估计的误差方差阵为

$$P_{k+1}^{(F)} = E[(X_{k+1} - \hat{X}_{k+1}^{(F)})(X_{k+1} - \hat{X}_{k+1}^{(F)})^T] = P_{k+1k}^{(F)} - V_{xz} V_{zz}^{-1} V_{xz}^T
\tag{16}$$

综上所述, 可得如下定理:

定理 设目标的状态方程和测量方程分别为 (2 1) 和 (2 2) 式, 当真实目标状态和局部状态之间存在映射关系: 时  $X_k^{(i)} = U_i X_k$ , 传感器模型不同维情况下的 MAP 融合算法为:

$$\hat{X}_{k+1}^{(F)} = \hat{X}_{k+1k}^{(F)} + V_{xz} V_{zz}^{-1} \left( \begin{bmatrix} \hat{X}_{k+1}^{(f1)} \\ \hat{X}_{k+1}^{(f2)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} \hat{X}_{k+1k}^{(F)} \right)$$

误差方差阵为:  $P_{k+1}^{(F)} = P_{k+1k}^{(F)} - V_{xz} V_{zz}^{-1} V_{xz}^T$

其中,  $V_{xz} = [V_1 \quad V_2]$ ,  $V_{zz} = \begin{bmatrix} V_{11} & V_{12} \\ V_{21} & V_{22} \end{bmatrix}$  由 (3 3) - (3 11) 计算

### 3 仿真结果分析

假设有两个传感器  $S_1$  和  $S_2$  观测同一目标, 传感器  $S_1$  和  $S_2$  分别采用二维雷达和三维雷达跟踪目标, 设在二维雷达中目标状态表示为  $X_k^{(1)} = [X \ X^k]^T$ , 在三维雷达中目标状态表示为  $X_k^{(2)} = [X \ X^k \ X^{k\&\&}]^T$ . 取全局状态向量与传感器  $S_2$  的目标状态向量一致  $U_2 = I_{3 \times 3}$ , 即. 各模型参数为:

$$H_1 = [1 \ 0], R_1 = 2Q \quad U_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; H_2 = [1 \ 0 \ 0], R_2 = 3Q \quad U_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 1 & T & T^2/2 \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$G = \begin{bmatrix} T^2/2 \\ T \\ 1 \end{bmatrix}, Q = 1 \text{ 采样周期 } T = 0.3s \quad P_0 = 0.1 \times I_{3 \times 3}$$

$P_k^{(0)}$  和  $P_k^{(2)}$  表示融合误差方差阵和传感器  $S_2$  的误差方差阵.

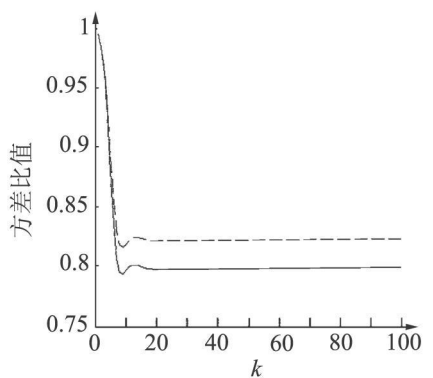


图1 状态向量第2个分量的融合方差比值  
Fig.1 Ratios of the second component of covariance for fused state

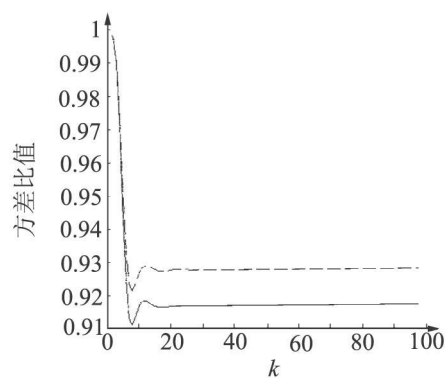


图2 状态向量第3个分量的融合方差比值  
Fig.2 Ratios of the third component of covariance for fused state

图 1 给出了状态向量的第 2 个分量的融合方差与单个传感器  $S_2$  方差的比值. 图中实线表示  $P_k^{(F)}(2, 2) / P_k^{(2)}(2, 2)$  随时间变化的值, 虚线表示  $P_k^{(0)}(2, 2) / P_k^{(2)}(2, 2)$  随时间变化的值. 从图中可看出, 不仅满足一般的融合规则: 融合方差要比单传感器状态估计方差小; 而且 MAP 融合算法与文献 [4] 中融合算法比较有:  $P_k^{(F)}(2, 2) / P_k^{(2)}(2, 2) < P_k^{(0)}(2, 2) / P_k^{(2)}(2, 2)$ . 从而说明 MAP 融合算法更能有效的改善单传感器的估计性能, 减小系统误差.

图 2 给出了状态向量第 3 个分量的融合方差与单个传感器  $S_2$  方差的比值. 图中实线表示  $P_k^{(F)}(3,3)/P_k^{(2)}(3,3)$  随时间变化的值, 虚线表示  $P_k^{(0)}(3,3)/P_k^{(2)}(3,3)$  随时间变化的值. 从图中可看出, 相对于文献 [4] 的融合算法, MAP 融合算法减小的单传感器的估计误差的幅度更大, 且有  $P_k^{(F)}(3,3)/P_k^{(2)}(3,3) < P_k^{(0)}(3,3)/P_k^{(2)}(3,3)$ . 从而说明 MAP 融合算法能提高融合估计的精度, 减小系统误差.

为了进一步说明 MAP 融合算法优良的计算性能, 给出性能指标值. 如表 1 所示. 从表中可见, 两种融合算法的融合方差都小于单个传感器的估计方差, 比较两种融合算法有  $trP_k^{(F)} < trP_k^{(0)}$ . 从而说明 MAP 融合算法能更好地减少系统误差, 提高估计精度, 且可看到随着  $k$  的增加, 方差逐渐趋于稳态. 而且, 虽然  $R_1$  和  $R_2$  都较大, 但 MAP 融合算法仍能有效地改善状态估计的精度, 表明该算法具有较好的容错性.

表 1 不同时刻滤波的性能指标

Tab 1 The indexes of filter performance in different time

指标	t				
	k=6	k=30	k=60	k=100	k=150
$trP_{kk}^{(F)}$	11.0568	16.2187	16.2191	16.2209	16.2209
$trP_{kk}^{(0)}$	13.3006	19.7816	19.7821	19.7821	19.7821
$trP_{kk}^{(2)}$	14.9997	22.7528	22.7571	22.7587	22.7587

### 4 结论

在实际的分布式多传感器跟踪系统中, 传感器观测同一目标时采集信息的维数可能不一致, 通过建立局部状态估计和全局状态估计之间的映射关系给出了不同维状态下的极大验后 (MAP) 航迹融合方法. 并与文献 [4] 的融合算法进行了比较, 仿真结果表明论文提出的 MAP 融合算法比文献 [4] 的融合算法具有更高的估计精度.

### 参考文献:

[1] SHOZO M, WILAM H, BARKER, et al Track Association and Track Fusion with Nondeterministic Target Dynamics[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems 2002, 38(2): 659-668

[2] CHANG K C, ZHIT, SHOZOM. Performance Evaluation for MAP State Estimate Fusion[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems 2004, 40(2): 706-714

[3] CHANG K C, SANA R K, SHALOM Y B On Optimal Track-to-Track Fusion[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems 1997, 33(4): 1271-1275

[4] 何友,熊伟.带反馈分布式不同维传感器状态估计技术[J].宇航学报,2003,24(6):574-578

[5] 徐毓,李锋.不同维状态的多传感器融合[J].传感技术学报,2004,17(2):200-204

(上接第 116 页)

(6)  $\Rightarrow$  (3) 设 (6) 成立, 则  $\forall a \in \mathcal{A}, i \in L_a$ , 由 (6) 成立有  $R(i) \leq R(a) \vee R(i) \leq R(a \vee i) = R(a)$ . 即  $R$  是右保序根, (3) 成立.

证毕.

### 参考文献:

[1] SZASZ F A. Radicals of rings[M]. New York: Academic Press, 1981

[2] 杨宗文.根与右理想[J].云南大学学报(自然科学版),1998,20(数学专辑):213-217.

[3] PUCZYLOW SKIE R. On general theory of radicals[J]. Algebra Universalis, 1993, 30: 53-60

[4] 任艳丽,王尧.正规类中遗传根的一个性质[J].哈尔滨师范大学自然科学学报,2001,17(5):39-43

[5] 王尧,任艳丽.一般代数对象的根与半单类[J].哈尔滨师范大学自然科学学报,2002,18(5):22-27

[6] 任艳丽,王尧.代数正规类中的遗传根与强半单根[J].数学研究与评论,2004,24(4):597-602

[7] 杨宗文.一般代数正规类中的  $\delta$ -根类[J].云南大学学报(自然科学版),2005,27(5):380-382

[8] 杨宗文.代数正规类的上根[J].云南大学学报(自然科学版),2006,28(1):8-11