

doi: 10.3969/j.issn.1007-855x.2011.02.001

# 冲击荷载下岩石动态损伤演化研究

张 华<sup>1</sup>, 高富强<sup>2</sup>, 陈龙伟<sup>1</sup>

(1. 昆明理工大学 国土资源工程学院, 云南 昆明 650093; 2. 洛阳理工学院 土木工程系, 河南 洛阳 471003)

**摘要:** I型裂纹破坏为岩石材料在冲击荷载作用下的主要破坏方式. 通过假设岩石材料宏观上是一个均匀连续体, 而细观上其内部则包含了大量随机分布的微裂纹等损伤缺陷; 研究了岩石材料在冲击荷载下裂纹的成核、发展以及内部损伤演化规律; 借助于宏细观相结合的理论建立了表征岩石材料细观结构及其损伤演化过程中的某种特征参量与宏观力学参数之间的关系方程.

**关键词:** 冲击荷载; 微裂纹; 动态损伤

**中图分类号:** O341 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-855X(2011)02-0001-05

## Dynamic Damage Evolution Research of Rock in Impact Loading

ZHANG Hua<sup>1</sup>, GAO Fu-qiang<sup>2</sup>, CHEN Long-wei<sup>1</sup>

(1. Faculty of Land Resource Engineering, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650093, China;

2. Department of Civil Engineering, Luoyang Institute of Science and Technology, Luoyang, Henan 471003, China)

**Abstract:** Mode I crack failure is a failure mode of rock material in impact loading. Based on the hypothesis that rock material is homogeneous continuum in macro sense but in fact there are a large number of randomly distributed micro cracks, the nucleation, development, and internal damage evolution of rock material cracks in impact loading are studied in this paper. The dynamic damage equation of the rock material with micro-macro theory of the combination of some characteristic parameters and mechanics parameters is established to describe material microstructure and its damage evolution.

**Key words:** impact loading; micro crack; dynamic damage

## 0 引言

岩石是典型的孔隙介质, 这些孔隙介质的存在严重地影响了岩石类材料的力学、物理、化学性质. 宏观上岩石表现为不均匀性、非线性和各向异性, 细观上其内部存在大量随机分布的微裂纹、微孔洞等微细观缺陷, 这些宏细观缺陷给岩石材料本构理论的研究带来了极大的困难, 研究者难以在力学模型上穷尽对其机制的力学描述<sup>[1]</sup>. 在加载过程中, 由于岩石内部存在有大量随机分布的微损伤缺陷, 从而使得材料的微细结构发生变化引起微缺陷的成核、扩展和汇合, 导致材料宏观力学性能的劣化最终引起材料的宏观开裂或破坏. 因此, 在对岩石材料本构理论的研究中, 研究其内部损伤演化发展规律就显得尤为重要<sup>[2]</sup>.

## 1 损伤变量的定义

对于材料破坏过程中损伤变量的描述, 关键是找到损伤随已知物理量的演化方程. 假定在损伤初期, 损伤演化主要由成核过程和扩展过程决定, 理想微裂纹体系统{c}的微裂纹分布函数演化方程可写为<sup>[3]</sup>:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial(nc)}{\partial c} = n_N \quad (1)$$

收稿日期: 2010-12-25. 基金项目: 国家自然科学基金(50674049)、云南省自然科学基金(2007D190M/2010ZC020) 联合资助.

作者简介: 张华(1977-), 男, 博士. 主要研究方向: 爆炸力学. E-mail: zhanghua810810@163.com

$$\dot{c} = \dot{c}(c, \sigma_{ij}, \Gamma) \quad n_N = n_N(c, \sigma_{ij}, \Gamma) \quad (2)$$

式中:  $\dot{c}$  为微裂纹的扩展速率,  $n_N$  为裂纹的成核密度. 在理想微裂纹体系统中, 单个裂纹的成核与扩展是由该处的局部条件决定的, 并且局部条件与微裂纹尺度  $c$ 、系统内平均拉伸应力  $\sigma_i$  以及材料参数如弹性模量和密度等(这里用  $\Gamma$  表示) 相关.

假设岩石材料内部的微裂纹是均匀分布的, 并且符合上述理想微裂纹体系统条件. 冲击载荷作用下, 这些微裂纹被激活, 形成应力释放区, 并产生了累积损伤, 导致材料强度和刚度的劣化, 并最终开裂破坏. 基于统计细观理论, 定义一无量纲化的损伤变量——裂纹密度为:

$$C_d = \beta_0 \int_0^\infty n(c, t) c^3 dc \quad (3)$$

来表征微裂纹损伤引起的岩石材料宏观力学性能的劣化, 其中  $\beta_0$  为裂纹几何因子. 微裂纹密度是时间的函数, 且  $\frac{\partial C_d}{\partial t} > 0$ , 那么由(1)和(3)式可得:

$$\frac{\partial C_d}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \int_0^\infty n(c, t) (\beta_0 c^3) dc = \beta_0 \int_0^\infty [n_N c^3 + n(3c^2 \dot{c})] dc \quad (4)$$

将微裂纹的生长分别用微裂纹成核和扩展两个部分描述, 它们可分别表示为:

$$\left( \frac{\partial C_d}{\partial t} \right)_n = \int_0^\infty \frac{n_N}{n} \cdot (n \beta_0 c^3) dc \quad (5)$$

$$\left( \frac{\partial C_d}{\partial t} \right)_g = \int_0^\infty 3n \beta_0 c^3 \frac{\dot{c}}{c} dc \quad (6)$$

上式表明: 裂纹密度的变化是由裂纹特征尺度的成核和长大两个部分引起的. 岩石材料受拉力作用时, 垂直于载荷方向的裂纹上下两个表面分开, 为典型的 I 型裂纹破坏; 压缩载荷作用下, 平行于载荷方向的裂纹两个表面受到拉伸载荷的作用, 其破坏方式也为 I 型裂纹拉裂破坏. I 型裂纹拉裂是最为常见的破坏方式, 下面就 I 型裂纹的成核和扩展演化规律做进一步的讨论.

## 2 微裂纹的成核

冲击载荷作用下, 岩石材料内部微裂纹扩展的同时也伴有新的微裂纹成核, 这些都导致材料宏观力学性能的劣化. 为了研究岩石材料内部微裂纹的成核, 我们借鉴了研究其它材料微裂纹的成核规律, 将微裂纹的成核视为一个随机过程, 并用成核率密度  $n_N$  来描述, 其大小与岩石材料的受力状态和其内部微裂纹的特征尺寸相关. 白以龙在实验的基础上, 给出了一个微裂纹成核模型, 模型中微裂纹成核率的大小与成核阈值应力、微裂纹的特征尺寸以及当前的应力状态有关, 本文中直接采用白以龙<sup>[3]</sup>提出的微裂纹成核密度表达式:

$$n_N = k_{th} \left( \frac{\sigma_i}{\sigma_{th}} - 1 \right) f\left(\frac{c}{c_{th}}\right) \quad (7)$$

其中函数  $f\left(\frac{c}{c_{th}}\right)$  取 Weibull 分布时

$$f\left(\frac{c}{c_{th}}\right) = \left(\frac{c}{c_{th}}\right)^{m-1} \exp\left[-\left(\frac{c}{c_{th}}\right)^m\right] \quad (8)$$

取 Rayleigh 分布时

$$f\left(\frac{c}{c_{th}}\right) = \left(\frac{c}{c_{th}}\right)^m \exp\left[-\left(\frac{c}{c_{th}}\right)^2\right] \quad (9)$$

式中:  $k_{th}$ ,  $c_{th}$  和  $m$  均为材料参数, 与材料的性质有关;  $\sigma_{th}$  为微裂纹成核的阈值应力, 当拉应力  $\sigma_i > \sigma_{th}$  时, 微裂纹成核并且扩展, 否则保持不变, 以上参数均需通过实验来确定.

应该注意的是, 上述提到的拉应力  $\sigma_i$  为岩石材料内部引起微裂纹成核的拉应力, 这与岩石材料外部

作用载荷  $\sigma_{ij}$  不相同,它们之间存在某种函数关系:

$$\sigma_t = \beta \sqrt{\frac{3}{2} S_{ij} S_{ij}} \quad (10)$$

式中:  $\beta$  为材料参数,其表征了材料内部微裂纹分布对其内部应力场的影响程度.  $S_{ij}$  为偏应力张量的分量.

这里我们假定岩石材料内部微裂纹的成核满足 Rayleigh 分布,则由式(7)和(9)可得微裂纹成核引起的微裂纹密度增加为:

$$\left(\frac{\partial C_d}{\partial t}\right)_n = k_{th} \left(\frac{\sigma_t}{\sigma_{th}} - 1\right) \int_0^\infty \left(\frac{c}{c_{th}}\right)^m \exp\left[-\left(\frac{c}{c_{th}}\right)^2\right] \cdot \beta_c c^3 dc \quad (11)$$

令  $m = 1$  则上式可化为:

$$\left(\frac{\partial C_d}{\partial t}\right)_n = \frac{1}{2} k_{th} \beta_c c_{th}^4 \left(\frac{\sigma_t}{\sigma_{th}} - 1\right) \quad (12)$$

式中:  $c_{th}$  约为  $10^{-3} m$  量级,  $\left(\frac{\partial C_d}{\partial t}\right)_n \ll 0$ , 因此微裂纹成核引起的裂纹密度增量可以忽略.

### 3 微裂纹的扩展

Seaman 等人<sup>[4]</sup>和 Stevens 等人<sup>[5]</sup>在实验的基础上,提出了一个适用于高应变率加载且考虑粘性效应的微孔洞增长模型.其表示方式如下:

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{p - p_{g0}}{4\eta} \quad (13)$$

式中:  $p$  为静水压力,  $p_{g0}$  为与静水压相关的微孔洞增长阈值,  $\eta$  为具有粘性量纲的常数,与材料的性质有关,  $c$  为微孔洞特征尺寸.

Curran 等人<sup>[6]</sup>认为,在极高的应力作用下,材料内部微裂纹的成核、扩展,并且相互作用导致材料破坏.通过材料的平板冲击实验,表明材料内部微裂纹的扩展及微孔洞的增长都遵从同样的粘性增长规律,他也采用上式来表示微裂纹的扩展速率.引入内部拉伸应力  $\sigma_t$  和裂纹扩展阈值应力  $\sigma_{th}$  代替上式中的静水压力  $p$  和微孔洞增长阈值应力  $p_{g0}$ ,忽略成核率的影响,微裂纹扩展模型可表示为:

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{\sigma_t - \sigma_{th}}{4\eta} \quad (14)$$

由式(6)和(14)可得,由于裂纹扩展引起的微裂纹密度变化可表示为:

$$\left(\frac{\partial C_d}{\partial t}\right)_e = \int_0^\infty 3n \cdot \beta_c c^3 \frac{\sigma_t - \sigma_{th}}{4\eta} dc = 3 \frac{\sigma_t - \sigma_{th}}{4\eta} C_d \quad (15)$$

上式中:  $c$  为微裂纹特征尺寸而非微孔洞半径.

微裂纹成核数目相对于岩石材料内部微裂纹数目是非常小的,这里忽略微裂纹成核效应,对上式积分可得微裂纹密度  $C_d$  的表达式:

$$C_d = C_{d0} \exp\left[3 \frac{\sigma_t - \sigma_{th}}{4\eta} (t - t_{th})\right] \quad (16)$$

式中:  $C_{d0}$  为岩石材料初始的微裂纹密度,  $t_{th}$  为微裂纹开始扩展的时间.基于 Irwin 裂纹失稳扩展的临界条件,可以得到微裂纹扩展的阈值应力为:

$$\sigma_{th} = \frac{K_{IC}}{f\left(\frac{c_a}{W}\right) \sqrt{\pi c_a}} \quad (17)$$

式中:  $c_a$  为裂纹扩展的临界尺度;  $W$  为试件横向尺度;  $f(c_a/W)$  为依赖于试件形状的几何因子,其取值在 1.0 左右;  $K_{IC}$  为材料的断裂韧度,表征材料内裂纹失稳扩展的物理量.冲击载荷作用下,一般认为  $K_{IC}$  是依赖

于加载速率的函数.

#### 4 微裂纹扩展速度

冲击载荷作用下 动态应力强度因子与静态应力强度因子可用如下公式描述<sup>[5]</sup>:

$$K_{ID} = k(v) K_I \quad (18)$$

式中: 函数  $k(v)$  满足以下情况  $v = 0$  时  $k(v) = 1$ , 而当  $v = v_m$  (即裂纹扩展速度达到裂纹扩展极限速度) 时  $k(v) = 0$ .

根据 Griffith 裂纹扩展准则 动态载荷作用下裂纹扩展判据为:

$$K_{ID} = K_{IC}^d \quad (19)$$

对于  $k(v)$  函数的描述, 一些学者基于不同的断裂判据<sup>[8,9]</sup> 得到了不同的函数表达式, 这里我们采用如下公式描述  $k(v)$  函数:

$$k(v) = \left(1 - \frac{v}{v_m}\right) \left(1 - \frac{v}{2v_m}\right)^{-1} \quad (20)$$

综合上三式, 可得裂纹扩展速度为:

$$v = v_m \frac{K_I - K_{IC}^d}{K_I - K_{IC}^d/2} \quad (21)$$

式中:  $K_{IC}^d$  为动态载荷作用下的断裂韧性;  $v_m$  为裂纹扩展的极限速度, 一般取  $v_m = (0.3 \sim 0.5) C_R$ ,  $C_R$  为瑞利波波速.

$$C_R = \frac{0.862 + 1.14\nu}{1 + \nu} \sqrt{\frac{E}{2(1 + \nu)\rho}} \quad (22)$$

式中:  $\rho$  为材料密度;  $E$  为弹性模量;  $\nu$  为泊松比.

#### 5 微裂纹损伤演化方程

模型假定裂纹成核率服从 Weibull 分布:

$$N(\varepsilon) = k\varepsilon^m \quad (23)$$

式中:  $N(\varepsilon)$  为在给定拉伸体积应变下单位体积内所激活的裂纹数  $k, m$  为材料常数, 由常应变动拉伸断裂实验确定.

裂纹密度定义为单位体积的裂纹数和裂纹体积的乘积:

$$C_d = N(\beta_c c^3) \quad (24)$$

其中:  $C_d$  为裂纹密度  $\beta_c$  为比例因子  $c$  为平均裂纹尺寸. 裂纹的平均尺寸由 Grady 推导的表达式确定, 式中应变率的变化以经历的最大体应变率  $\dot{\varepsilon}_{\max}$  代替, 平均裂纹尺寸由下式表达:

$$c = \frac{1}{2} \left( \frac{\sqrt{20} K_{IC}}{\rho C \dot{\varepsilon}_{\max}} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (25)$$

其中:  $K_{IC}$ 、 $\rho$  和  $C$  分别表示材料的断裂韧性、密度和单轴弹性波速.

这里引入等效体积模量和裂纹密度的关系式(结合 Budiansky and O'Connell<sup>[10]</sup> 的表达式):

$$\frac{\bar{K}}{K} = 1 - \frac{16}{9} \left( \frac{1 - \bar{\nu}^2}{1 - 2\bar{\nu}} \right) C_d \quad (26)$$

$$\bar{\nu} = \bar{\nu} \left( 1 - \frac{16}{9} C_d \right) \quad (27)$$

得到损伤变量和裂纹密度、等效体积模量的关系式:

$$D = \frac{16}{9} \left( \frac{1 - \bar{\nu}^2}{1 - 2\bar{\nu}} \right) C_d \quad (28)$$

$$\bar{K} = \bar{K}(1 - D) \quad (29)$$

其中:  $\bar{K}$ 、 $\bar{\nu}$  为损伤材料的体积模量和泊松比,  $\bar{K}$ 、 $\bar{\nu}$  是未损伤材料的体积模量和泊松比.

通过(16)、(27)和(28)式,借助微裂纹损伤演化方程(17)式,将损伤变量因子  $D$  写成率形式,其基本表达式为:

$$\dot{D} = \frac{16}{9} [f_1(\bar{\nu}) - \frac{16}{9} \bar{\nu} f_2(\bar{\nu}) C_d] \dot{C}_d \quad (30)$$

$$f_1(\bar{\nu}) = \frac{1 - \bar{\nu}^2}{1 - 2\bar{\nu}}, \quad f_2(\bar{\nu}) = \frac{2(1 - \bar{\nu} + \bar{\nu}^2)}{(1 - 2\bar{\nu})^2} \quad (31)$$

## 6 结 语

基于对岩石材料损伤机理和破坏形态的分析,研究了岩石材料在冲击荷载作用下微损伤缺陷演化发展的一般规律,假设岩石材料宏观上是一个均匀连续体,而细观上其内部则包含了大量随机分布的微裂纹等损伤缺陷;由此借助于宏细观相结合的理论建立了表征材料细观结构及其损伤演化过程中的某种特征参量与宏观力学参数之间的关系损伤演化方程.

### 参考文献:

- [1] 高富强. 岩石动态力学特性及损伤本构模型研究[D]. 北京理工大学研究生院, 2009.
- [2] 张华. 冲击荷载作用下岩石动态损伤特性研究[D]. 昆明理工大学研究生部, 2009.
- [3] 白以龙. 冲击荷载下材料的损伤和破坏[C]//冲击动力学进展. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 1992. 34 - 57
- [4] Seaman L, Curran D R, Shockey D A. Computational models for ductile and brittle fracture [J]. Journal of Applied Physics, 1976, 47: 4814 - 4826
- [5] Stenvens A L, Davison L, Warren W G. Dynamic crack propagation, edit: G. C. Sih, Noordhoff, the Netherlands, 1973
- [6] Curran D R, Seaman L, Shockey D A. Physics Reports [J]. 1987, 144: 253 - 288.
- [7] 龚江宏. 陶瓷材料断裂力学[M]. 北京: 清华大学出版社, 2001.
- [8] Ravichandran G, Subhash G. A Micromechanical Model for High Strain Rate Behavior of Ceramics [J]. International Journal of Solids and Structures, 1995, 32(17/18): 2627 - 2646.
- [9] Li H B, Zhao J, Li T J. Micromechanical modeling of the mechanical properties of a granite under dynamic uniaxial compressive loads [J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2000, 37: 923 - 935.
- [10] Budiansky B, O'Connell R J. Elastic moduli of a cracked solid [J]. International Journal of Solids and Structures, 1976, 12: 81 - 97.