分形市场分析在汇率波动预测中的应用

张恩泽, 邹 平
(昆明理工大学,管理与经济学院,云南 昆明 650093)

摘要: 长期以来,有效市场理论在金融市场研究中占主导地位,但随着金融市场定量建模与计算技术的飞速发展,这一传统理论面临着越来越多的困难,分形市场分析成为解决这些困难的前沿研究理论之一. 文中分析了分形市场理论在市场预测中的优点,通过汇率波动的奇异吸引子测定和 R/S 分析说明分形市场分析在预测中的有效性,并采用 ARFIMA 模型和稳定分布参数分析进行了实用性研究.

关键词: 分形市场; 汇率波动; ARFIMA 模型
中图分类号:F224.0 文献标识码:A 文章编号:1007 - 855X(2004)03 - 0123 - 05

Fractal Market Analysis Applied to Exchange Rate Fluctuation

ZHANG En-ze, ZOU Ping
(Faculty of Management and Economics, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650093, China)

Abstract: The advantages of fractal market analysis applied to exchange rate fluctuation are introduced. The calculation of the chaotic attractor and R/S analysis prove that fractal market analysis applied to exchange rate fluctuation is useful. At last, ARFIMA model and stable distribution parameters in practical application are used to exchange rate fluctuation forecasting.

Key words: fractal market analysis; exchange rate fluctuation; ARFIMA model

0 引 言

传统的有效市场理论一直是研究金融市场的主导理论工具,但随着近年来,经济学家们对金融市场的深入研究,发现汇率系统具有复杂的非线形动力系统的特征,其波动远非传统有效市场理论所能描述的,而非线形理论中的分形市场理论则能更加有效的描述汇率波动的非线形特征,为进一步研究金融市场提供了新的理论工具和方法.

1 分形市场理论

分形几何可以解释自然界许多令人困惑且杂乱无章的现象,这些现象的共同特点是不同尺度上的自相似性、不具备特征尺度且不可微分. 在时间序列研究中,同样发生着整数维时间序列向分数维时间序列的扩展,分形时间里随机性和确定性,混沌与秩序共存. Edgar Peters 首次提出分形市场这一概念,他的分形市场假说提出了以下几点:(1)当具有大量不同投资起点的投资者共存时,市场是稳定的;(2)信息集在短期内比在长期内更多的涉及到市场敏感性和技术性;(3)假如大事件发生导致基础信息分析失灵,将引起长期投资者停止交易或开始依照短期信息集交易,市场也将由于缺乏流动性而不稳定;(4)价格反映了短期技术交易和长期基础评价的结合;(5)假如市场波动与经济循环无关的话,就不会有长期倾向. 分形市场假说强调了不同的投资起点对信息的评价是不同的,信息的传播也是参差不齐的. 笔者认为分形市场理论就是将分形和分数维理论应用于市场波动的时间数列中,通过分数布朗运动和分数差分噪声描述分维

收稿日期:2003 - 12 - 01.
第一作者简介:张恩泽(1979～),男,在读硕士研究生. 主要研究方向:金融工程. E - mail:zez1978@163.com

时间序列,以此刻划金融市场波动,分析发现波动的规律性.

经济学家们在大量研究中发现市场收益率并不服从正态分布,而呈现出厚尾的特征.这说明金融市场是一个非线性系统,既有一定的随机性,又有一定的规律性,而不象有效市场理论提出的其完全遵循随机游走的假说.不同于有效市场理论,分形市场理论提出:金融市场不是简单孤立的线性系统,而是具有分形、混沌等特性的复杂开放的非线性系统,由于市场流动性的改变往往处于非均衡状态,投资者不再具有完全相同的、绝对理性的预期,而是根据自己的投资起点对不同的信息做出不同的评价和预期;信息不是完全、及时、一致的反映到预期中,而会对不同的投资起点产生不同的影响.这些观点说明分形市场理论能更有效的揭示这个非线性市场的真实特性,它的有效性不仅源于其成立的条件和提出的假设,还在于它所揭示的市场特性.分形市场理论揭示了金融市场波动的诸多非线性特性,包括长记忆性、自相似性、正反馈性等等.长记忆性表现为分数差分噪声过程随滞后阶数呈双曲率下降,说明波动的时间序列在时间上具有自相关性;自相似性表现为时间序列在不同时间尺度下具有相似的分布,说明了市场波动的长期稳定性;市场中投资者的从众心理,就是市场正反馈机制的产生原因和表现形式,说明具有正反馈性的市场是正相关的,时间序列波动的影响在市场内部产生了叠代过程.下面就分形市场分析在汇率波动预测中的有效性做出实证研究.

2 汇率波动预测有效性的实证分析

研究汇率波动的非线性特征,笔者将给出两种有效的检验方法:汇率波动的混沌吸引子测定和 R/S 分析.

2.1 汇率波动的混沌吸引子测定

汇率波动是一个由多种因素组成的复杂系统,假设它由几个状态变量描述,若这一系统的动态特征可以化归为一组确定的规律,则随时间的增长,它将演化到一个动态,即这一系统的演化最终将趋向维数比原始空间低的集合——吸引子.在动力系统中有4种不同的吸引子,即定态吸引子、周期吸引子、准周期吸引子和混沌吸引子(奇异吸引子),其中奇异吸引子具有的对初始条件的敏感依赖性和分形结构反映了汇率波动的本质特征,因此利用奇异吸引子并通过混沌时间序列来研究汇率波动的非线性机制很有必要.

汇率波动一般以一组时间序列值作为研究对象,但这只能反映系统的一维信息,这种一维信息包含了系统的所有特征量,因此这种一维表示方式使系统的动态和多维特征未能表现出来.相空间重构思想和嵌入定理为解决这一问题提供了方法,对于一组一维的时间序列 $x(t)$,选择适当的嵌入维数 m 和延滞时间 τ 重构相空间,则:

$$X_m(t) = \{x(t), x(t+\tau), x(t+2\tau), \cdots, x(t+(m-1)\tau\} \quad (1)$$

这样一维时间序列就演化到了 m 维的状态空间,在相空间内随两点间距离 ε 的增加,概率以相空间的分形维 D 呈现规模增加,相关积分 $C_m(\varepsilon)$ 根据(2)式计算:

$$C_m(\varepsilon) = (1/N^2) * \sum_{i,j=1}^{T} Z(\varepsilon - |x_i - x_j|), i \neq j \quad (2)$$

式(2):当 $x > 0$, $Z(x) = 1$, $x < 0$, $Z(x) = 0$; N 为观测数.相关积分是随机选择的两个点距离小于 ε 的概率.如果增加 ε, C_m 应该以 ε^D 增长,即:

$$\log(C_m) = D\log(\varepsilon) + C(\text{常数}) \quad (3)$$

对于某一个嵌入维(m),可以计算随 ε 增长的 C_m,通过线性回归分析找出 $\log(C_m)$ 与 $\log(\varepsilon)$ 的斜率,就计算出了该嵌入维的相关维 D.随着 m 的增大,D 逐渐增大,最终达到饱和.

汇率波动作为混沌系统的重要特征在于对初始条件的敏感依赖性,而这种敏感依赖程度可用 Lyapunov 指数给予表征.Lyapunov 指数表示重构相空间中相邻两点随时间演化的分离程度,负的指数度量收缩,即系统自身的恢复,正的指数度量相空间的伸展,即邻近点相互间的发散.Lyapunov 指数是一个

谱系 $\lambda_i(i = 1,2,\cdots,m)$,若谱系 λ_i 中最大者 $\lambda_1 > 0$,则系统必是混沌的. $\lambda > 0$ 表明对初始条件的敏感依赖的存在,且系统由一个奇异吸引子度量重构的相空间中邻近点的发散,并且标示了发散速度在固定的时间间隔上如何缩放. 利用 Wolf 重构法可以计算最大 Lyapunov 指数:首先对汇率的时间序列进行相空间重构,然后选取两个相距至少一个平均轨道周期的点,计算两点间的距离 $L(t_0)$,在一个固定的时间间隔之后,选择新的基点,度量两点间的距离,用此距离与开始时两点间距离的比值表示轨道的发散程度,如果距离太大,超出所允许的范围,搜索一个与原来的那个定向角度相似的替代点,新的这对点的定向应该尽可能的与原来那对点保持一致,再求出经过下一个时间间隔后,得到的两点距离与刚才两点距离的比值,如此继续下去,穷尽时间序列就得到了最大 Lyapunov 指数:

$$\lambda_1 = \frac{1}{t_m}\sum_{k=1}^{m}\ln\frac{L'(t_k)}{L(t_{k-1})} \tag{4}$$

最大 Lyapunov 指数的倒数称为系统的可预报时间尺度,汇率波动这一混沌系统以此作为准确可预报时间的界限.

我们取纽约外汇市场 2000 年 5 月 5 日至 2003 年 5 月 9 日每周美元对日元汇率作为所研究的时间序列,利用上述的方法,可以计算出该汇率有一个相关维 D 为 2.3 的混沌吸引子,当嵌入维 $5 \le m \le 8$ 时,$\lambda_1 \approx 0.055 \pm 0.0025$,从而可以求出美元对日元汇率的平均可预报时间,即 $T_p = 1/\lambda_1 \approx 18$ 周

通过相关维 D 和最大 Lyapunov 指数的测定,可以证明汇率波动具有混沌的非线形特征,分形市场理论对其预测是有效的.

2.2 R/S 分析

R/S 分析是英国水文学家 H. E. Hurst 提出的一个非常稳健的无参数时间序列分析方法,即重标极差分析. 对于一组时间序列 $x(t)$,$t = 1,2,\cdots,n$,其均值为:

$$x_m = (x_1 + x_2 + \cdots + x_n)/n \tag{5}$$

标准差 s_n 是

$$s_n = n^{-1/2} * \sqrt{(x_t - x_m)^2} \tag{6}$$

在 l 时刻汇率波动时间序列的累积离差为:

$$Z(t) = \sum_{t=1}^{l} x_t - l \cdot x_m \tag{7}$$

极差 R_n 为:

$$R_n = \max(Z_1,\Lambda,Z_n) - \min(Z_1,\Lambda,Z_n) \tag{8}$$

R/S 值随增加的时间增量规模变化,其一般形式为:

$$(R/S)_n = c * n^H \tag{9}$$

c 是常数,H 表示赫斯特指数. 通过对(9) 式取对数,可得:

$$\log(R/S)_n = \log(c) + H\log(n) \tag{10}$$

通过解出 $(R/S)_n$ 关于 n 的斜率,估计出赫斯特指数 H 的值. 三种不同类型的赫斯特指数 H 刻划了不同的金融市场特征:$H = 0.50$ 时,市场是随机游动的,时间序列之间是不相关的;$0 \le H < 0.50$ 时,市场是反持续性的,时间序列比随机过程以更高的频率回复自身;$0.50 < H \le 1.00$ 时,市场具有长记忆性特征,时间序列是分数布朗运动的.

在金融市场上,对汇率波动时间序列的 R/S 分析研究中,笔者考察了 2000 年 5 月至 2003 年 5 月外汇市场上每周美元/日元汇率. 这一期间,该汇率的赫斯特指数 $H = 0.651$,该汇率的赫斯特指数说明外汇市场是分形市场,汇率波动并非随机游动的,汇率的时间序列具有长记忆特性和正相关性. 外汇市场被认为是真正的赫斯特过程,究其原因,外汇市场的最大参与者是中央银行,其目标并非为了利润最大化,而仅仅为了表现交易股票与债券的能力. 所以外汇交易虽然活跃,但其波动时间序列很少有循环的证据,却有强烈的倾向性.

从混沌吸引子的测定和 R/S 分析两种方法对汇率波动时间序列的检验看,外汇市场受多因素影响的混沌系统,汇率波动具有分形特征,用分形市场分析进行研究是有效的. 下面将讨论一下汇率波动预测的实用方法.

3 汇率波动的预测方法

3.1 ARFIMA 模型

分整自回归移动平均模型(Autoregressive Fractional Integrated Moving Average,记 ARFIMA) 能以分形噪声的方式产生出持续性和反持续性,因此该模型可以描述不稳定的长记忆性时间序列过程.

常用的时间序列模型,如AR 模型、ARMA 模型以及 ARIMA 模型等,都是建立在相距很远的两个观测值之间完全独立或几乎独立的基础上,这些模型所反映的时间序列的自相关函数呈指数率迅速衰减,描述了短记忆过程. 而 ARFIMA 模型利用分形差分化,将一个连续的分形布朗运动过程转变为离散的过程,使其反映的时间序列的自相关函数呈双曲率缓慢下降,它描述了长记忆过程. 前面对汇率波动的时间序列检验发现,外汇市场是具有长记忆特性的赫斯特过程,这样,ARFIMA 模型成为了一个可以接受的,更方便的预测方法.

ARIMA 模型是能由后续的观测值的差分作成稳定过程的齐次非稳定过程,ARIMA(p,d,q),包含了自回归与移动平均要素,p 是自回归项的个数,q 是移动平均项的个数,参数 d 是所需差分化运算的个数,但在 ARIMA 模型中 d 总是一个整数. Hosking 利用分形差分更一般化了 ARIMA(p,d,q) 值,得出了一个自回归的,分形维积分移动平均(ARFIMA) 过程,参数 d 可以是任何实数,其中包括分数值.

若平稳时间序列$\{x_t\}$ 满足差分方程

$$\Phi(B)(1-B)^d x_t = \theta(B)a_t \tag{11}$$

其中 B 为滞后算子,用以表示自回归过程;d 为分形差分算子,$0<d<0.5$ 代表着持续黑噪声过程,$-0.5<d<0$ 代表着反持续粉红噪声过程;$\{a_t\}$ 为白噪声序列;$\Phi(B)$ 和 $\theta(B)$ 分别为 p 阶和 q 阶平稳算子:

$$\Phi(B) = 1 - \Phi_1 B - \Phi_2 B^2 - \Lambda - \Phi_p B^p \tag{12}$$

$$\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \Lambda - \theta_q B^q \tag{13}$$

称$\{x_t\}$ 为服从 $d\in(-0.5,0.5)$ 的分整自回归移动平均模型.

由于长记忆和短记忆同时呈现在数据中,ARFIMA(p,d,q) 模型的建立的基本步骤是:

1) 数据的预处理. 清除原始序列中的趋势和波动影响;通过建立AR 模型滤除短记忆因素突出长记忆性.

2) 使用 R/S 分析得到汇率时间序列的赫斯特指数 H,根据赫斯特指数与分形差分算子 d 之间的直接关系:$d=H-0.5$,可以计算出几种主要外汇汇率的分形差分算子 d 在 0.1 至 0.15 之间.

3) 使用常规的ARMA(p,q) 模型识别准则对ARFIMA(p,d,q) 进行 p 和 q 的定阶. 使用ARFIMA(p,d,q) 模型进行预测,对 ARFIMA(p,d,q) 过程

$$\Phi(B)(1-B)^d x_t = \theta(B)a_t$$

有

$$x_t = \Psi(B)a_t = \sum_{k=0}^{\infty}\Psi_k * a_{t-k} \tag{14}$$

$$a_t = \sum_{j=0}^{\infty}\pi_j x_{t-j} \tag{15}$$

向后 h 步预测值为

$$\overline{x}_t(h) = E(x_{t+h} \mid x_j, j\le t) = \sum_{j=h}^{\infty}\Psi_j a_{t+h-j} \tag{16}$$

3.2 分形稳定分布参数分析

汇率波动如前所述具有复杂的非线性动力系统的特征,汇率时间序列分布呈现出陡峰和厚尾,而稳定分布是一族具有偏度和厚尾的分布,因此稳定分布可以用来表征汇率波动结构,揭示其内在特征,探求其一般规律.

莱维(Levy) 概括了服从稳定分布变量 t 的特征函数:

当 $\alpha \neq 1$ 时: $\log f(t) = i * \delta * t - \gamma | t |^{\alpha} (1 + i * \beta * (t/ | t |) * \tan(\alpha x/2)$ (17)

当 $\alpha = 1$ 时: $\log f(t) = i * \delta * t - \gamma | t | (1 + i * \beta * (t/ | t |) * \frac{2}{\pi} \log | t |$ (18)

稳定分布有四个特征参数 $\alpha,\beta,\gamma,\delta$:稳定性指数或特征指数 $\alpha \in (0,2)$,标志着分布的峰度以及尾部的特征; $\beta \in [-1, +1]$,是偏斜度的测度; $\gamma > 0$,是尺度调整参数; δ 是均值的位置参数. 当 $\alpha = 2$ 时,稳态分布即为正态分布,且具有均值 δ,方差 2γ. 当 $\alpha = 1$, $\beta = 0$ 时,即为柯西分布. 当 $\beta = 0$ 时,分布是围绕 δ 对称的; $\beta > 0$ 时,分布是右厚尾的,随 β 逐步逼近 $+1$ 右偏斜程度增加; 当 $\beta < 0$ 时,情形相反. 稳态分布可以通过位置参数和尺度调整参数进行标准化,即对于稳态分布 $S(x;\alpha,\beta,\gamma,\delta)$ 来说,有 $S(x;\alpha,\beta,\gamma,\delta) = S((x - \delta)/\gamma;\alpha,\beta,1,0)$. 当 $\alpha \neq 2$ 时,分布的特征发生了巨大的变化. 当 $1 \leq \alpha < 2$ 时,方差不确定或无穷; 只有当 $\alpha = 2$ 时,方差有限且稳定,方差是重要的信息; 否则,无穷方差是可能的并且是典型的情形. 当 $\alpha \neq 2$ 时,作为离中趋势或风险尺度的样本方差近乎无意义. 当 $0 \leq \alpha < 1$ 时,不存在稳定均值,此范围中的 α 较罕见. 然而当 $1 < \alpha \leq 2$ 时,却有稳定均值,此范围中的非整数 α 对应具有长期关联和统计上自我相似特征的分数布朗运动, α 即为时间序列的分数维. 这种自我相似特征就是芒德勃罗曾在 1982 年使用拓扑维来定义的分形,分形分布即为稳定分布(Peters 1994).

汇率波动时间序列的 α 参数可以用 R/S 分析方法估计,先用 R/S 分析得到赫斯特指数 H,利用 α 与 H 的关系: $\alpha = 1/H$,可以计算出每周美元/日元汇率的 α 参数在 1.55 左右,说明几种汇率有稳定均值,而方差不确定或无穷. 其它几个参数的估计有必要进一步研究,这里运用稳定分布的极大似然估计方法估计: 日元/美元汇率和马克/美元汇率的参数 $\beta < 0$,其分布为左偏,呈现左厚尾特征; 英镑/美元汇率的参数 $\beta > 0$,其分布为右偏; 日元/美元汇率的 β 和 γ 的绝对值较大,说明日元的左偏程度及绝对偏离程度较大,因此获取超额收益的可能性就较大.

应用以上两种方法对汇率波动进行研究的同时,还可以引入 IGARCH(p,q) 模型分析具有由分形分布组成的无条件无限方差的整体结构.

4 结 论

汇率波动的混沌吸引子测定和 R/S 分析为我们将分形市场分析应用于汇率波动预测,提供了有力的依据,随着时间推移,可利用的数据也会越来越多,也将为进一步发展现有的模型方法和研究其它汇率预测的实用方法提供更多帮助.

参考文献:

[1] 埃德加·E·彼得斯. 分形市场分析 ——将混沌理论应用到投资与经济理论上[M]. 北京:经济科学出版社,2002. 52～58.

[2] 樊智. 金融市场的效率与分形市场理论[J]. 系统工程理论与实践,2002,(3):13～19.

[3] 刘辉. 混沌经济系统的分形研究[J]. 中南财经大学学报,2001,(6):34～37.

[4] 张永安. 汇率波动的奇异吸引子测定及其应用分析[J]. 西安交通大学学报,1998. 32(8):92～95.

[5] 戴国强. 经济系统的非线性:混沌与分形[J]. 财经研究,1999,(9):29～34.

[6] 张世英. 长记忆时间序列及其预测[J]. 预测,1999,(3):49～50.

[7] 戴国强. 汇率波动稳态特征的实证研究及其启示[J]. 金融与保险,2000,(9):76～79.

[8] 吴强,邹平. "股转债"对上市公司治理结构的影响[J]. 昆明理工大学学报(理工版),2003,28(6):121～124.