

# 吊点刚接核筒式悬挂结构动力特性分析

曾纪鹏<sup>1</sup>, 杨艳华<sup>2</sup>, 徐彬<sup>3</sup>

(1. 广东省建筑设计研究院, 广东 广州 510010; 2. 昆明冶金高等专科学校, 云南 昆明 650033;  
3. 昆明理工大学 建筑工程学院, 云南 昆明 650224)

**摘要:** 对悬挂结构研究所广泛使用的吊点铰接的层间剪切模型进行了改进, 建立了中央核筒式把吊点改为刚接的高层建筑悬挂结构体系的新的计算模型, 利用奇异函数推导了结构的侧移刚度矩阵, 并进行了动力特性分析. 分析结果表明所建立的模型能很好地反映结构的性质.

**关键词:** 吊点刚接; 奇异函数; 核筒式; 悬挂结构; 侧移刚度矩阵; 动力特性分析

**中图分类号:** TU973. 17 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007 - 855X(2004)06 - 0099 - 05

## Dynamic Property Analysis of Core - Tube Suspended Structure with Rigid Suspended Joints

ZENG Ji-peng<sup>1</sup>, YANG Yan-hua<sup>2</sup>, XU Bin<sup>3</sup>

(1. The Architectural Design & Research Institute of Guangdong Province, Guangzhou 510010, China; 2. Kunming Metallurgy College, Kunming 650033, China; 3. Faculty of Architectural engineering, Kunming University of Science & Technology, Kunming 650224, China)

**Abstract:** Based on the improved story analysis model that is used to be widespread, the author sets up a new model with rigid - suspended - joints in core - tube suspended structure, and deduces flank - displacement rigidity matrix used singularity function. A dynamic property analysis of core - tube suspended structure with rigid suspended joints is done, and the analysis result indicates the new model can reflect the structure property.

**Key words:** rigid - suspended - joints; singularity function; core - tube; suspended structure; flank - displacement rigidity matrix; dynamic property analysis

## 0 引言

悬挂结构体系是近几十年来在高层建筑结构领域出现的一种新型的结构形式. 它是指把建筑物的所有或部分楼层通过吊杆(或拉索)悬挂于核芯筒上(或者巨型框架上)的建筑结构体系. 它可以分为中央核筒式(外挂式)和巨型框架式(内挂式)两种<sup>[1]</sup>. 悬挂结构自 20 世纪 50 年代末进入实用阶段以来,有许多研究机构和学者对这种新型结构形式展开了研究. 尤其是最近十年来,对悬挂结构体系的研究成为结构研究的热点和重点问题之一.

国内学者对悬挂结构的研究大多采用的是层间剪切计算模型,假设吊点为铰接. 但是纯粹的铰接将导致悬挂体的摆动幅度过大,对建筑的使用带来不利影响,离实际情况还有一定的距离. 为此,本文首次采用刚性吊点建立模型,并利用奇异函数方法推导出主结构和悬挂体的侧移刚度矩阵<sup>[2]</sup>. 采用 MATLAB 语言编制了计算程序,计算结果表明模型是可信的.

我们通常把函数及其各阶导数、各阶积分的函数族称为“奇异函数”,在式子中采用麦考利(W. H. Macauley)括号  $\langle \rangle$  来表示<sup>[2]</sup>,奇异函数的最大优越性是在处理不连续问题(例如荷载、构件截面参数等).

收稿日期:2003 - 10 - 08. 基金项目:云南省应用基础主任基金项目(项目编号:2000E0004R);云南省教委科学研究基金项目(项目编号:0111006).

第一作者简介:曾纪鹏(1971 ~ ),男,工学硕士,助理讲师. 主要研究方向:结构工程. E - mail :kmzjp @126. com.

利用奇异函数来求解,不需要分段分别处理,可以列一个计算式子来统一表达,从而使问题能够完整地、简单地表述,并且利于编制程序实现电算化。

## 1 计算模型的确定

计算模型如图1所示。假设横梁刚度无穷大,吊杆与横梁刚接,把悬挂体按楼层简化为集中质量点,不考虑扭转效应。

## 2 侧移刚度矩阵的推导

假设筒体简化为  $m$  个集中质量,悬挂体简化为  $n$  个集中质量点,筒体与悬挂体吊杆的侧移刚度分别为  $EI_{ht}$ 、 $EI_{xg}$ ,作用在核心筒和悬挂体上各集中质量点上的集中力依次为:  $P_1, P_2, P_3, \dots, P_m$  和  $F_1, F_2, F_3, \dots, F_n$ 。计算模型如图1所示。

### 2.1 核心筒力与位移关系式的推导

将力用奇异函数表示,对核心筒建立方程为<sup>[2]</sup>:

$$EI_{ht}y_{ht}(x) = - \sum_{j=1}^m P_j(x-x_j)^1 \quad (1)$$

对方程(1)按奇异函数方法积分二次,并代入边界条件

$y(H) = 0, y'(H) = 0$ ,整理得:

$$y_{ht}(x) = \sum_{j=1}^m \frac{1}{(EI)_{ht}} \left[ \frac{(H-x_j)^2(x-H)}{2} + \frac{(H-x_j)^3 - (x-x_j)^3}{6} \right] P_j \quad (2)$$

依次令  $x = x_i (i = 1, 2, \dots, m)$  得:

$$\begin{cases} y_{ht}(x_1) \\ y_{ht}(x_2) \\ \dots \\ y_{ht}(x_m) \end{cases} = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & \dots & f_{1m} \\ f_{21} & f_{22} & \dots & f_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_{m1} & f_{m2} & \dots & f_{mm} \end{bmatrix} \begin{cases} P_1 \\ P_2 \\ \dots \\ P_m \end{cases} = [f]\{P\} \quad (3)$$

其中:

$$f_{ij} = \frac{1}{(EI)_{ht}} \left[ \frac{H-x_j^2(x-H)}{2} + \frac{H-x_j^3 - x-x_j^3}{6} \right] \quad (4)$$

### 2.2 考虑悬挂体时核筒的位移与力的关系式

考虑到核筒顶点由悬挂体传来的作用力,则核筒顶点的作用力为:

$$P_1 + \sum_{k=1}^n F_k \quad (5)$$

所以有:

$$\begin{cases} y_{ht}(x_1) = f_{11} \left( P_1 + \sum_{i=1}^n F_i \right) + f_{12} P_2 + \dots + f_{1m} P_m \\ y_{ht}(x_2) = f_{21} \left( P_1 + \sum_{i=1}^n F_i \right) + f_{22} P_2 + \dots + f_{2m} P_m \\ \dots \\ y_{ht}(x_m) = f_{m1} \left( P_1 + \sum_{i=1}^n F_i \right) + f_{m2} P_2 + \dots + f_{mm} P_m \end{cases} \quad (6)$$

### 2.3 所有质点在整体坐标中的位移与力的关系式

在悬挂体中,以自由端为原点建立局部坐标系  $\bar{x} - \bar{y}$ ,按照2.1所述方法同理可导出悬挂体在局部坐

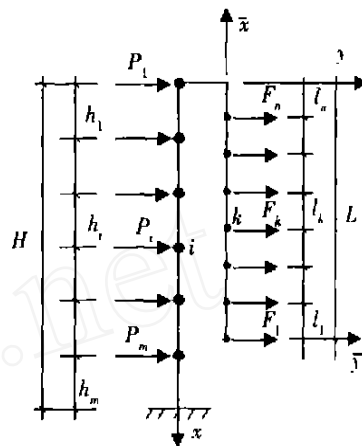


图1 计算简图

Fig.1 Calculation model

标系中的位移,表示为: $\{\bar{y}_{xg}\} = [\bar{f}]\{F\}$ ,其中 $[\bar{f}]$ 为悬挂体在局部坐标系中的柔度矩阵.

在整体坐标系  $x - y$  中(图 2),悬挂体位移可表示为:

$$y_{xgk} = y_{ht1} + \bar{y}_{xgk} \tag{7}$$

由(3) ~ (7) 式,整理得所有质点位移的矩阵方程为:

$$\begin{Bmatrix} y_{xg1} \\ y_{xg2} \\ \dots \\ y_{xgn} \\ y_{ht1} \\ y_{ht2} \\ \dots \\ y_{htm} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} (\bar{f}_{11} + f_{11}) & (\bar{f}_{12} + f_{11}) & \dots & (\bar{f}_{1n} + f_{11}) & f_{11} & f_{12} & f_{13} & \dots & f_{1m} \\ (\bar{f}_{21} + f_{11}) & (\bar{f}_{22} + f_{11}) & \dots & (\bar{f}_{2n} + f_{11}) & f_{11} & f_{12} & f_{13} & \dots & f_{1m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ (\bar{f}_{n1} + f_{11}) & (\bar{f}_{n1} + f_{11}) & \dots & (\bar{f}_{nm} + f_{11}) & f_{11} & f_{12} & f_{13} & \dots & f_{1m} \\ f_{11} & f_{11} & \dots & f_{11} & f_{11} & f_{12} & f_{13} & \dots & f_{1m} \\ f_{21} & f_{21} & \dots & f_{21} & f_{21} & f_{22} & f_{23} & \dots & f_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_{m1} & f_{m1} & \dots & f_{m1} & f_{m1} & f_{m2} & f_{m3} & \dots & f_{mm} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \dots \\ F_n \\ P_1 \\ P_2 \\ \dots \\ P_m \end{Bmatrix}$$

其中总柔度矩阵为  $(m + n)$  阶方阵,表示为:

$$[f_{\text{总}}] = \begin{bmatrix} [\bar{f} + f_{11}I]A \\ A^T & f \end{bmatrix} \tag{8}$$

其中: $I_{ij} = 1 (i, j = 1, 2, \dots, n)$

$$A = A^T = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & \dots & f_{1m} \\ f_{11} & f_{12} & \dots & f_{1m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_{11} & f_{12} & \dots & f_{1m} \end{bmatrix}_{n \times m}$$

对此总柔度矩阵求逆即得总刚度矩阵 $[K_{\text{总}}] = [f_{\text{总}}]^{-1}$ ,由自由振动方程即可求得结构的频率和振型.

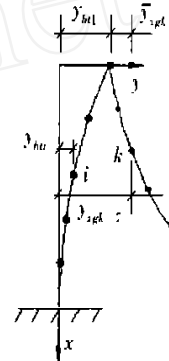


图 2 主结构和悬挂体的位移关系  
Fig.2 The displacement relationship between core-tube and suspended object

### 3 算例分析

如图 3 所示四层悬挂结构. 各层层高: $h = 4 \text{ m}$ ;质量:

$$m_1 = m_2 = m_3 = m_b; M_1 = m_a + m_b, M_2 = M_3 = M_4 = m_a = 25 \times 10^3 \text{ kg.}$$

#### 3.1 求悬挂体系的自振频率和振型

取  $EI_{ht} = 100 \times 10^6 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$ ;  $EI_{xg} = 1 \times 10^6 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$ ,  $m_b/m_a = 50$ , 频率计算结果见表 1, 振型图见图 4.

表 1 体系的自振频率

Tab.1 Self-vibration frequency of structural system

1	2	3	4	5	6	7
1.0	4.9	9.7	20.1	241.6	767.1	1430.3

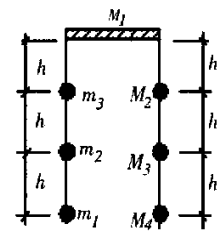


图 3 四层悬挂的结构简图  
Fig.3 A four-storey suspended structure calculation model

#### 3.2 当刚度发生变化时结构频率的变化

(1) 核心筒刚度不变,取  $EI_{ht} = 2 \times 10^6 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$ , 悬挂体的刚度逐渐变大(见表 2).

从表 2 中可以看出:在实际工程正常的情况下,并从结构的总体抗震设计考虑,悬挂体的侧移刚度应该较核心筒的侧移刚度小,表中取二者之比  $= 0.001 \sim 50$ ,显然在此范围内,当核心筒体的刚度保持不变时,逐渐加大悬挂体的刚度,整个结构的频率值变大,但是主要表现为低频的增大,对高阶频率的影响越来越小,对最高频率几乎没有影响.

(2) 悬挂体刚度不变,取  $EI_{xg} = 1 \times 10^6 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$ , 核心筒刚度逐渐变大(见表 3).

从表 3 中可以看出:当悬挂体的刚度保持不变时,逐渐加大核心筒体的刚度,整个结构的高频和低频都变大,但到一定值后,低频逐渐稳定下来,高频则迅速增大.

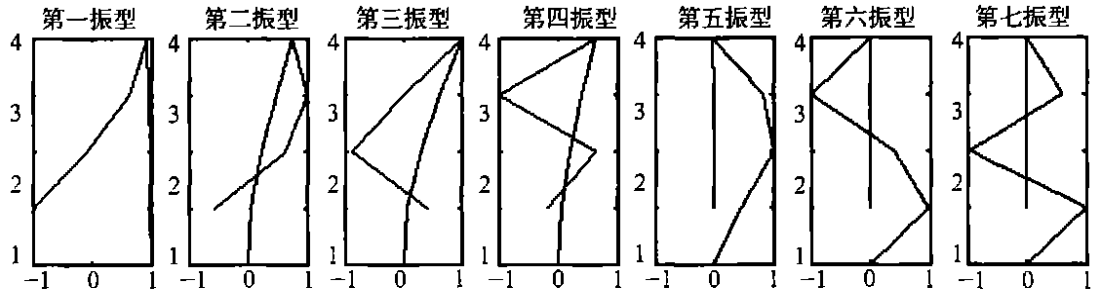


图 4 悬挂体系的各阶振型

Fig.4 Every vibration curve corresponding with every self - vibration frequency of suspended structural system

表 2 核心筒的刚度不变,悬挂体的刚度逐渐变大时结构的频率(为悬挂体与核筒的刚度比)

Tab.2 Structural self - vibration frequencies when suspended object's rigidity increases while core - tube's rigidity keeps constant( the ratio of suspended object's rigidity to core - tube's rigidity)

	1	2	3	4	5	6	7
0.001	0.046 2	0.294 8	0.751 3	1.188 9	34.169 5	108.484 5	202.277 7
0.01	0.143 3	0.690 2	1.368 1	2.839 5	34.169 7	108.484 5	202.277 7
0.1	0.376 0	0.961 2	3.792 0	8.867 0	34.171 7	108.484 7	202.277 7
1	0.519 2	2.227 3	11.861 1	27.971 3	34.222 0	108.485 9	202.277 8
50	0.538 8	15.191 0	34.108 7	83.873 2	108.501 5	198.121 2	202.374 7

表 3 核心筒的刚度不变,悬挂体的刚度逐渐变大时结构的频率(为悬挂体与核筒的刚度比)

Tab.3 Structural self - vibration frequencies when core - tube's rigidity increases while suspended object's rigidity keeps constant( the ratio of suspend object's rigidity to core - tube's rigidity)

	1	2	3	4	5	6	7
0.1	0.120 1	1.523 8	7.586 8	8.432 4	19.814 0	24.265 5	45.230 9
1	0.367 2	1.574 9	8.387 0	19.778 7	24.198 6	76.711 1	143.032 0
2	0.499 5	1.635 1	8.397 6	19.801 7	34.183 8	108.485 2	202.277 7
5	0.703 6	1.828 0	8.427 8	19.813 7	54.034 0	171.529 5	319.829 1
10	0.840 7	2.149 3	8.479 2	19.827 2	76.410 1	242.579 1	452.306 7
50	1.0	3.8	9.0	19.9	170.8	542.4	1 011.4
100	1.0	4.9	9.7	20.1	241.6	767.1	1 430.3
1 000	1.0	6.6	16.8	26.6	764.1	2 425.8	4 523.1
10 000	1.0	7.0	18.0	76.0	2 416.0	7 671.0	14 303.0

表 4 不同质量比时结构的频率

Tab.4 Structural self - vibration frequencies corresponding with different ratio of mass

$m_b/m_a$	1	2	3	4	5	6	7
0.1	5.510 0	24.336 5	39.647 5	112.054 6	156.022 5	203.471 2	410.066 6
0.5	3.978 5	12.711 7	37.309 2	74.105 3	111.572 3	187.206 3	203.392 0
1	3.125 2	9.768 6	35.900 9	54.989 4	110.228 0	134.912 3	202.928 4
5	1.542 0	4.954 1	25.447 3	35.283 8	61.921 9	109.220 2	202.461 6
10	1.104 9	3.584 0	18.446 5	34.477 7	44.216 0	108.825 9	202.365 8
100	0.353 7	1.159 2	5.951 1	14.023 3	34.105 2	108.440 5	202.265 9
1 000	0.112 0	0.367 4	1.885 6	4.440 0	34.040 3	108.399 8	202.255 1
10 000	0.035 4	0.116 2	0.596 4	1.404 2	34.034 0	108.395 7	202.254 0

3.3 悬挂体的质量改变对结构频率的影响

当  $EI_{ht} = 2 \times 10^5 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$ ,  $EI_{xg} = 1 \times 10^6 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$  时,取同高度的悬挂体质点和核筒质点在不同质量比时

结构频率的变化(见表 4)。

从表 4 中可以看出:当加大悬挂体的质量,对低频的影响较为明显,结构的动力性能不断改善,但随着  $m_b/m_a$  的增加,影响幅度有逐渐减小的趋势,且整个过程对高频的影响很小。

## 4 结论

本文首次把中央核筒式悬挂结构的吊点由铰接改为刚接,再利用奇异函数推导了单段核筒式悬挂结构侧移刚度矩阵,为侧移刚度矩阵的形成提供了一种新的方法。从本文的分析可见,侧移刚度矩阵的形成过程原理清晰。与已有的相关论文相比较,由于把吊点由铰接改为刚接,结构整体的刚度有一定的提高<sup>[3][4][5]</sup>,所以与吊点由铰接模型相比频率有所增大。通过算例的分析,新的模型能很好地反映结构的动力特性,得到的结论与已有结论能很好地吻合。由以上的计算分析可见,由于结构的整体动力性能主要受低频影响,适当减小悬挂体的刚度和加大悬挂体的质量可以改善结构的整体动力性能。

### 参考文献:

- [1] 刘郁馨,吕志涛. 多高层悬挂建筑结构及其应用[J]. 工程力学,1999,(增刊):468~473.
- [2] 徐彬,梁启智. 奇异函数建立侧移刚度矩阵的新方法[J]. 工程力学,2001,(增刊):363~367.
- [3] 罗兆辉,吴淦卿. 高层悬挂结构的动力特性[J]. 天津城市建设学院学报,1995,1(1):7~13.
- [4] 徐彬,田毅,杨艳华. 框剪悬挂结构的动力特性分析[J]. 昆明理工大学学报,2004,29(2):80~83.
- [5] 徐彬,田毅,李佳彬. 悬挂结构动力特性分析[A]. 第十七届全国高层建筑结构学术会议论文[C]. 杭州,2002,11.

(上接第 90 页)

## 3 结语

在中诚广场的加层结构设计中,通过仔细分析所采用的结构计算软件[TBSA5.0]的不完善之处:进行结构抗震验算时结构的设计活荷载未进行折减;计算结构自量时,对结构的梁柱、梁板及柱板的重叠部位进行了重复计算,尤其是具有“肥梁胖柱厚板”的超高层建筑,梁、柱和楼板重叠计算的体积重量接近柱承受荷载的 10%。通过对现行规范条文的正确理解,框架剪力墙结构中当框架柱底部截面承受的地震剪力小于结构底部总剪力的 20%时,一、二级框架柱的轴压比限值可提高 0.1 采用。采取了对 37 层以上的梁和柱截面进行调整、在 51 层设置预应力大梁将 48 层以上的楼面荷载传至核心筒等结构措施,提出了不影响施工进度的经济、可行的结构加层方案。

### 参考文献:

- [1] GB 11-89 建筑抗震设计规范[S]. 北京:中国建筑工业出版社,1989.
- [2] JG 3-91 钢筋混凝土高层建筑结构设计及施工规程[S]. 北京:中国建筑工业出版社,1990.
- [3] GB 10-89 混凝土结构设计规范[S]. 北京:中国建筑工业出版社,1989.