

同轴全息三维透明物体的计算机重构

黎南

(昆明理工大学 理学院, 云南 昆明 650093)

摘要: 计算机制全息图 (CGH) 是通过数值计算方法生成全息图. 论文将 CGH 技术与数字全息再现技术相结合, 直接用计算机产生理想透明物体的同轴菲涅耳 (Fresnel) 全息图, 来研究全息图的数字再现. 通过对全息图进行逐层再现, 并利用数字相移术消除虚像和零级像, 得到了理想透明物体各层面的再现结果.

关键词: 计算机制全息图; 数字相移术; 菲涅耳衍射

中图分类号: O438 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-855X(2007)03-0120-04

Computer Reconstruction of the 3-D Transparent Object of Coaxial Holography

LINan

(Faculty of Science, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650093, China)

Abstract Computer Generated Hologram (CGH) is generated through the method of numerical computing. Combined CGH with digital holography, the coaxial Fresnel CGH of an ideal transparent object is generated. By using digital phase-shifting method, Zero-order diffraction images and twin images are eliminated. The results of numerical reconstruction of different sections are presented.

Key words computer generated Hologram (CGH); digital phase-shifting method; fresnel diffraction

0 引言

全息技术的思想最早由英籍匈牙利物理学家丹尼斯·盖伯^[1] (Dennis Gabor) 于 1948 年提出, 其特点是能同时记录物光波的振幅和位相, 再现后可以获得原物体的立体像. 根据记录光路的不同, 可将全息分为同轴和离轴^[2]两种. 而计算机制全息图^[3,4] (CGH) 是利用计算机模拟光的传播, 通过数值计算方法得到全息图, 主要应用于三维显示、全息干涉计量、光信息存储和全息光学元件^[5]等方面. 本文尝试将 CGH 技术与数字全息再现技术相结合, 利用计算机生成理想物体的同轴菲涅耳 (Fresnel) 全息图, 通过对全息图进行逐层再现, 同时利用数字相移术消除虚像和零级像, 得出了理想物体各层面的再现结果.

1 三维物体 Fresnel 全息图的计算机制作

假设理想三维物体为一透明长方体, 假定物体散射波比入射到物体的光波弱, 各层面之间互不影响^[4,6]. 为研究方便, 在理想物体的 3 个截面上分别标有不同字样昆明理工大学, 且字样处视为不透光, 全息图的记录光路图如图 1 所示. 设各截面物光波的复振幅分布为 $g_i(x_0, y_0)$, 相应截面到全息面 $x-y$ 的距离分别为 z_i ($i=1, 2, 3$). 当 z 满足 Fresnel 衍射近似条件时, 根据 Fresnel 衍射公式^[5], 某一截面在全息面 $x-y$ 上的复振幅分布可表示为

$$f_i(x, y) = \frac{\exp(jkz_i)}{j\lambda z_i} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g_i(x_0, y_0) \exp\left\{j\frac{k}{2z_i}[(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2]\right\} dx_0 dy_0 \quad (1)$$

收稿日期: 2007-05-15 基金项目: 昆明理工大学科研基金资助项目 (项目编号: 校青 2006-24).

第一作者简介: 黎南 (1976-), 女, 硕士研究生, 讲师. 主要研究方向: 光信息处理. E-mail: linan1830@126.com

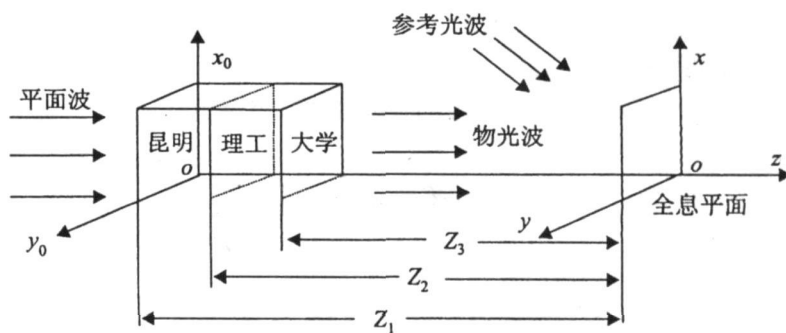


图1 全息记录的光路图
Fig.1 Optic setup of recording hologram

式中 $k = 2\pi/\lambda$ 根据卷积的定义, 式 (1) 可以写为

$$f_i(x, y) = g_i(x, y) * h_{z_i}(x, y) \tag{2}$$

其中 * 表示卷积,

$$h_{z_i}(x, y) = \frac{\exp(-jkz_i)}{j\lambda z_i} \exp\left[j\frac{k}{2z_i}(x^2 + y^2)\right] \tag{3}$$

由于全息平面上物光波的复振幅分布是三维物体各截面衍射的叠加, 则物光波在全息平面上的复振幅分布为

$$O(x, y) = \sum_{i=1}^N f_i(x, y) \tag{4}$$

设参考光为 $R(x, y)$, 则全息面上的光强分布为

$$I(x, y) = |R(x, y) + O(x, y)|^2 = |R(x, y)|^2 + |O(x, y)|^2 + R(x, y)O^*(x, y) + R^*(x, y)O(x, y) \tag{5}$$

式中 $O^*(x, y), R^*(x, y)$ 表示复共轭.

制作计算全息图, 先将各个函数离散化, 物波函数 $g_i(x_0, y_0)$ 离散后为 $g_i(m\delta_x, n\delta_y)$ 其中, m, n 为整数, 且有 $x = m\delta_x, y = n\delta_y, \delta_x$ 和 δ_y 分别表示 x 和 y 方向的像素的大小. $h_{z_i}(x, y)$ 和 $f_i(x, y)$ 的离散形式分别表示为 $h_{z_i}(m\delta_x, n\delta_y)$ 和 $f_i(m\delta_x, n\delta_y)$. 则各截面物光场的复振幅分布 $f_i(m\delta_x, n\delta_y)$ 的离散形式可表示为

$$f_i(m\delta_x, n\delta_y) = F^{-1}\{F[g(m\delta_x, n\delta_y)] \cdot F[h_{z_i}(m\delta_x, n\delta_y)]\} \tag{6}$$

若只考虑透明体的 3 个截面, 则全息面上物光波的复振幅分布的离散形式为

$$O(m\delta_x, n\delta_y) = \sum_{i=1}^3 f_i(m\delta_x, n\delta_y)$$

模拟实验中采用同轴光路记录. 全息图面上由空间等距的抽样点组成, 每个点都用 256 灰阶表示, 灰度变化标志透过率的大小. 理想三维物体的三个截面距全息面 $x-y$ 的距离分别为 $z_1 = 2000\text{mm}$, $z_2 = 1900\text{mm}$ 和 $z_3 = 1800\text{mm}$. 模拟记录数字全息的 CCD 参数为: CCD 像素数为 512×512 像素大小为 $\delta_x = \delta_y = 0.01\text{mm}$, 标记字样尺寸均为 $0.84\text{mm} \times 0.93\text{mm}$ 3 个截面尺寸均为 512×512 像素, 最终制成 512×512 像素的数字全息图如图 2 所示.

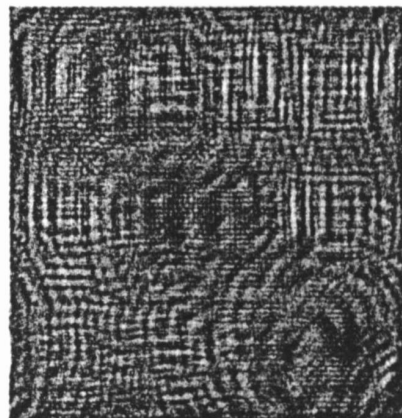


图2 透明长方体的CGH
Fig.2 CGH of transparent cuboids

2 计算全息图的数字再现

由于 CCD 屏只能探测到物光与参考光的干涉图像强度分布, 下面通过三步相移法^[7] 来讨论如何获得物光复振幅的问题.

设初始到达 CCD 屏的物光及参考光分别为

$$O(x, y) = o(x, y) \exp(j\varphi_0(x, y)) \quad (7)$$

$$R(x, y) = r(x, y) \exp(j\varphi_r(x, y)) \quad (8)$$

令 $\Phi(x, y) = \varphi_0(x, y) - \varphi_r(x, y)$, 干涉图像的强度分布可简写为

$$I_0 = o^2 + r^2 + 2or \cos\Phi$$

在参考光中引入非 2π 整数倍的任意常数相移 δ_1, δ_2 后, 有

$$I_1 = o^2 + r^2 + 2or \cos(\Phi + \delta_1)$$

$$I_2 = o^2 + r^2 + 2or \cos(\Phi + \delta_2)$$

求解上三式组成的方程组, 得

$$\Phi = \arctan \frac{(I_1 - I_0)[\cos\delta_2 - 1] - (I_2 - I_0)[\cos\delta_1 - 1]}{(I_1 - I_0)\sin\delta_2 - (I_2 - I_0)\sin\delta_1} \quad (9)$$

$$o = \frac{I_2 - I_0}{2r[\cos(\Phi + \delta_2) - \cos\Phi]} \quad (10)$$

$$\Phi_0 = \Phi + \varphi_r \quad (11)$$

通常参考光复振幅分布可以测量, 根据上述讨论, 用 CCD 对原干涉图及引入两次任意相移的干涉图强度分布进行测量, 就能求得到达 CCD 屏的原始物光复振幅分布 $O(x, y)$. 当对其进行再现时, 只有原始物光波被再现, 直透光项和孪生像已被消除, 即再现出来只有实像. 再现原理与单幅数字全息图的再现原理相同, 设再现像平面为 (ξ, η) , 利用 Fresnel 衍射公式, 则距离全息图 z_i 处的再现场复振幅分布 $a_i(\xi, \eta)$ 为

$$a_i(\xi, \eta) = \frac{\exp(jkz_i)}{j\lambda z_i} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (x, y) \exp\left\{j\frac{k}{2z_i}[(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2]\right\} dx dy$$

通过不同距离的菲涅耳衍射就能得到理想物体各截面清晰的再现像.

在模拟实验中, 通过改变不同的 z 值, 对全息图在不同再现面进行数字聚焦, 就可以再现出三维物体一系列截面的复振幅分布, 从而获得物体的再现像. 图 3 是三维理想物体做有标记的 3 个截面及其对应的再现像, 再现距离分别为 $z_1 = 2000 \text{ mm}$, $z_2 = 1900 \text{ mm}$ 和 $z_3 = 1800 \text{ mm}$. 由于在数字再现过程中利用相移法消除了直透光项和孪生像, 再现时只有实像. 从再现结果可以看出, 对于某一截面的再现图, 只有此截面的标记字样有清晰像, 而离焦截面标记字母则是模糊衍射像.

3 结论

综上所述, 论文基于菲涅耳衍射理论, 计算机制作了计算全息图. 基于全息重建理论和数字相移术, 消除了直透光项和孪生像, 实现了三维透明物体的计算机重构. 通过改变 z 值, 对全息图在不同再现面进行数字聚焦, 再现出三维物体一系列截面的复振幅分布, 从而获得物体的再现像. 本文的讨论对透明物体的数字记录和再现方面的研究有一定的参考价值.

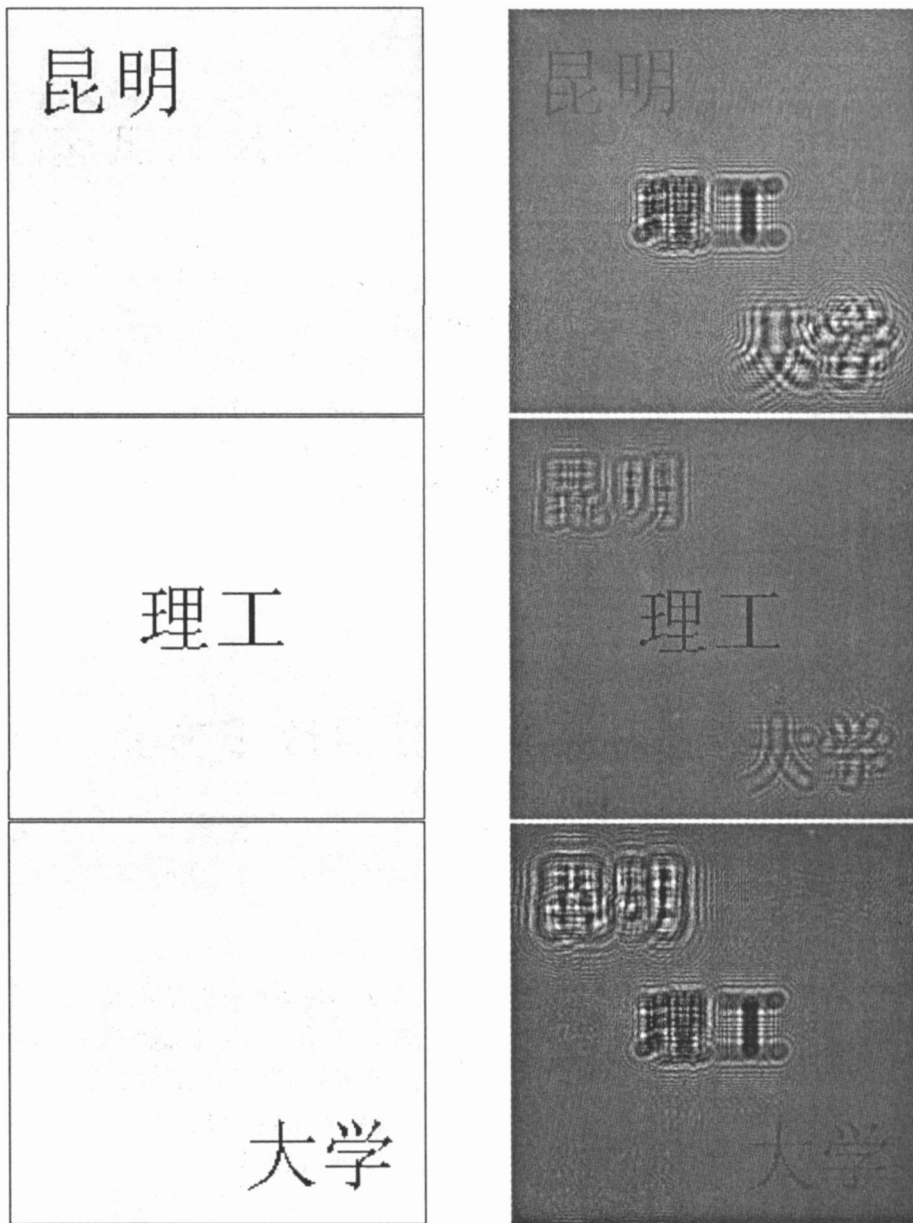


图3 透明长方体上作有标记的3个截面及其再现图

Fig.3 The three marked sections of transparent cuboid and their corresponding reconstruction images

参考文献:

- [1] Gabor D. A New Microscopic[J]. Nature, 1948, 161: 777- 778
- [2] 王仕璠. 信息光学理论与应用[M]. 北京: 邮电大学出版社, 2003
- [3] YU Zu-liang, JIN Guo-fan. Computer Generated Hologram[M]. Beijing: Publishing House of Tsinghua University, 1984
- [4] 葛宝臻, 罗文国, 吕且尼, 等. 数字再现三维物体菲涅耳计算全息的研究[J]. 光电子激光, 2002, 13(12): 1289- 1292
- [5] 陈家壁, 苏显渝. 光学信息技术原理及应用[M]. 北京: 高等教育出版社, 2004
- [6] Ferri L. C. Visualization of 3D Information with Digital Holography Using Laser Printers[J]. Computers & Graphics, 2001, 25: 309- 321.
- [7] Li J. C., Guo R. X., Wang M. A Detective Study on Paraxial Digital Holography in Acquiring the Amplitude and Phase Simultaneously[J]. International Journal of Information Acquisition, 2005, 2(2): 93- 99.