第 30卷 第 4期 昆明理工大学学报(理工版) Vol 30 No. 4
2005年 8月 Journal of Kunming University of Science and Technology (Science and Technology) Aug 2005

基于不完全信息动态博弈模型的考风建设研究

陈 浩, 李英龙
(昆明理工大学 管理与经济学院,云南 昆明 650093)

摘要: 应用博弈论来研究考试舞弊的现象,建立了考试过程中的不完全信息动态博弈模型,通过对该模型进行分析,发现考风建设的重点在于监考教师的委派,而难点在于保持监考教师认真监考的积极性,并对此提出相应的建议.

关键词: 考试舞弊;监考;博弈论;考风建设
中图分类号: G424. 71 文献标识码: A 文章编号: 1007 - 855X(2005)04 - 0104 - 04

Research of Examination Management Based on Incomplete Information Dynamic Game Model

CHEN Hao, LI Ying-long
(Faculty of Management and Economics, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650093, China)

Abstract: Game theory is used to research cheating in examination. An incomplete information dynamic game model of examination is then established. It is found out that the most important factor of examination management is how to accredit an invigilator, and the difficulty is how to ensure the responsibility of the invigilator in a long term. Some useful suggestions are given accordingly.

Key words: exam cheating; invigilating; game theory; examination management

0 引言

当前,考试舞弊的现象屡禁不止,不仅大大损害了考试的正常功能,影响了学生学习的积极性,而且还会导致学风腐败,影响教育事业的发展. 因此,搞好考风建设具有很重要的现实意义.

近年来,博弈论被大量应用于社会经济学问题的研究,取得了很好的效果[1]. 从现有资料来看,已经有人尝试用博弈论研究考试作弊的问题[2~4]. 但是他们建立的模型都是完全信息下的静态模型,假设考生和监考教师在每次考试的过程中都能了解对方的一切信息,他们同时行动,各自独立的选择自己的行为. 这种假设过于理想,与现实不符. 事实上,监考教师和考生对于对方的信息不可能完全了解,考生通常会判断监考教师的类型后选择自己的行为,监考教师也会根据考生的行为不断修正自己对考生的判断,这是一个不完全信息的动态过程. 所以本文深入一步建立了考试的动态模型,通过对模型进行博弈分析,找出考风建设的重点与难点,提出相应的具体建议.

1 考生—监考教师的不完全信息动态博弈模型

基于现实生活中的考试过程,本文建立的考生 - 监考教师模型是一个不完全信息的动态博弈模型. 其结构如下:参与博弈的人员 i 是监考教师 (参与人 1) 和考生 (参与人 2),还有引入的虚拟参与人 N ("自然"). "自然"首先行动,它选择监考教师的类型 $\theta \in \Theta$. 监考教师的类型空间是 $\Theta = \{\theta_1, \theta_2\}$,分别代表负责的教师 θ_1 和不负责的教师 θ_2. 监考教师知道自己的类型,但考生不知道. 考生只知道监考教师属于 θ_1 和

收稿日期: 2004 - 10 - 21.
第一作者简介:陈浩 (1979～),男,在读硕士研究生. 主要研究方向:系统工程. E - mail: chenehao@163. com

θ_2的先验概率是 $p(\theta_1)=p$和 $p(\theta_2)=1-p$. 监考教师根据自己对考生作弊概率的预测,选择对自己有利的信号 $m\in M$. $M=\{m_1,m_2\}$是监考教师的信号空间, m_1代表认真的监考行为, m_2代表不认真的监考行为. 负责的监考教师选择 m_1和 m_2的概率分别是 $p(m_1\mid\theta_1)=x$和 $p(m_2\mid\theta_1)=1-x$,不负责的监考教师选择 m_1和 m_2的概率分别是 $p(m_1\mid\theta_2)=y$和 $p(m_2\mid\theta_2)=1-y$. 考生在观测到监考教师发出的信号后,使用贝叶斯法则得到后验概率 $\tilde{p}=(\theta_1\mid m_1)$, $\tilde{q}=(\theta_1\mid m_2)$,然后理性地选择自己的行动 $\alpha\in A$. $A=\{a_1,a_2\}$是考生的行动空间, a_1代表作弊, a_2代表不作弊. 如果监考教师是类型 θ_1,考生作弊与不作弊的概率分别是 $p(a_1\mid\theta_1)=z_1$和 $p(a_2\mid\theta_1)=1-z_1$;如果监考教师是类型 θ_2,则是 $p(a_1\mid\theta_2)=z_2$和 $p(a_2\mid\theta_2)=1-z_2$. (u_{11},u_{21}), (u_{12},u_{22}), (u_{13},u_{23}), (u_{14},u_{24}), (u_{15},u_{25}), (u_{16},u_{26}), (u_{17},u_{27}), (u_{18},u_{28})依次表示 (θ_1,m_1,a_1), (θ_1,m_1,a_2), (θ_1,m_2,a_1), (θ_1,m_2,a_2), (θ_2,m_1,a_1), (θ_2,m_1,a_2), (θ_2,m_2,a_1), (θ_2,m_2,a_2)时监考教师和考生的支付组合.

该模型的博弈扩展式见图 1.

2 模型的求解与结果分析

2.1 求解模型的精炼贝叶斯纳什均衡

根据贝叶斯公式,考生对监考教师类型判断的后验概率是:

$$\tilde{p}=\frac{1}{1+\frac{(1-p)y}{xp}} \tag{1}$$

$$\tilde{q}=\frac{1}{1+\frac{(1-y)(1-p)}{(1-x)p}} \tag{2}$$

如果监考教师发出信号 m_1,考生选择作弊和不作弊的期望收益分别是:

$$Eu(m_1,a_1)=\tilde{p}u_{21}+(1-\tilde{p})u_{25}$$
$$Eu(m_1,a_2)=\tilde{p}u_{22}+(1-\tilde{p})u_{26}$$

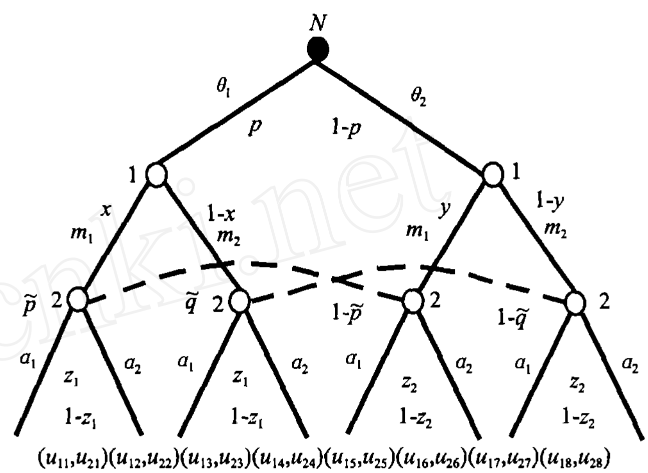

图1　考生监考教师的不完全信息动态博弈模型扩展式

Fig.1　The extensive form of incomplete information dynamic game model of examinee and invigilator

解 $Eu(m_1,a_1)=Eu(m_1,a_2)$,得监考教师属于类型 θ_1的临界概率

$$\tilde{p}^*=\frac{u_{26}-u_{25}}{u_{21}+u_{26}-u_{22}-u_{25}} \tag{3}$$

如果监考教师发出信号 m_2,考生选择作弊和不作弊的期望收益分别是:

$$Eu(m_2,a_1)=\tilde{q}u_{23}+(1-\tilde{q})u_{27}\qquad Eu(m_2,a_2)=\tilde{q}u_{24}+(1-\tilde{q})u_{28}$$

解 $Eu(m_2,a_1)=Eu(m_2,a_2)$,得监考教师属于类型 θ_2的临界概率

$$\tilde{q}^*=\frac{u_{28}-u_{27}}{u_{23}+u_{28}-u_{24}-u_{27}} \tag{4}$$

如果监考教师属于类型 θ_1,他选择发送信号 m_1和 m_2的期望收益分别是:

$$Eu(\theta_1,m_1)=z_1u_{11}+(1-z_1)u_{12}\qquad Eu(\theta_1,m_2)=z_1u_{13}+(1-z_1)u_{14}$$

解 $Eu(\theta_1,m_1)=Eu(\theta_1,m_2)$,得考生作弊的临界概率

$$z_1^*=\frac{1}{1+\frac{u_{11}-u_{13}}{u_{14}-u_{12}}} \tag{5}$$

如果监考教师属于类型 θ_2,他选择发送信号 m_1和 m_2的期望收益分别是:

$$Eu(\theta_2,m_1)=z_2u_{15}+(1-z_2)u_{16}\qquad Eu(\theta_2,m_2)=z_2u_{17}+(1-z_2)u_{18}$$

解 $Eu(\theta_2, m_1) = Eu(\theta_2, m_2)$,得考生作弊的临界概率

$$z_2^* = \frac{1}{1+\dfrac{u_{15}-u_{17}}{u_{18}-u_{16}}} \tag{6}$$

所以,该信号传递博弈模型的精炼贝叶斯纳什均衡是:如果观察到监考教师发出的信号为 m_1,考生的最优战略是作弊,当且仅当 $\tilde{p} < \tilde{p}^*$,否则考生的最优战略是不作弊;如果观察到监考教师发出的信号为 m_2,考生的最优战略是作弊,当且仅当 $\tilde{q} < \tilde{q}^*$,否则考生的最优战略是不作弊;如果监考教师属于类型 θ_1,其最优战略是选择信号 m_1,当且仅当 $z_1 \geq z_1^*$,否则监考教师的最优战略是选择信号 m_2;如果监考教师属于类型 θ_2,其最优战略是选择信号 m_1,当且仅当 $z_2 \geq z_2^*$,否则监考教师的最优战略是选择信号 m_2.

2.2 结果分析与讨论

$\tilde{q}$和 $\tilde{p}$只和 x, y, p有关,反映了监考教师的素质,而 $\tilde{p}^*$ 和 $\tilde{p}^*$ 只和考生作弊的支付有关.为了便于分析讨论,且使结果有一般意义,假设考生不作弊其支付就为零,即 $u_{22} = u_{24} = u_{28} = 0$;而当考生作弊其支付满足 $u_{21} < u_{23} < 0 < u_{25} < u_{27}$.这样就有 $\tilde{p}^* = \dfrac{1}{-\dfrac{u_{21}}{u_{25}}+1}$,$\tilde{q}^* = \dfrac{1}{-\dfrac{u_{23}}{u_{27}}+1}$,且 $\tilde{p}^* < \tilde{q}^*$.将 $\tilde{p}^*$ 和 $\tilde{q}^*$ 表示在数轴上得到图 2

结合模型的均衡解与图 2可以看出:如果 $\tilde{q}^*$ 和 $\tilde{p}^*$ 同时落在区间 $[0, \tilde{p}^*)$内,考生作弊概率为 1;落在区间 $(\tilde{q}^*, 1]$内,考生一定作弊概率为 0;落在区间 $[\tilde{p}^*, \tilde{q}^*]$内,考生会根据观察到的监考教师的信号选择是否作弊.所以增大区间 $(\tilde{p}^*, 1]$,或者增大 $\tilde{q}$和 $\tilde{p}$,都可以起到防止或减少作弊现象的.

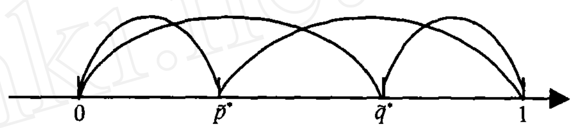

图2 监考教师类型判断的后验概率分布

Fig.2 The posterior probability distribution of invigilators type judgement

我们可以通过减少 u_{21}, u_{23}, u_{25}和 u_{27},即减小考生作弊时的支付,来减小 $\tilde{p}^*$ 和 $\tilde{q}^*$,使得区间 $(\tilde{p}^*, 1]$增大,也可以通过改变 x, y和 p的值来增大 $\tilde{p}$和 $\tilde{q}$.如果要增大 $\tilde{p}$,必须增大 x或 p,或者减小 y;如果要增大 $\tilde{q}^*$,可以增大 y或 p,或者减小 x.很显然,只有增大 p才能够同时使 $\tilde{p}$和 $\tilde{q}$增大.这说明要使考生认为监考教师属于类型 θ_1 的后验概率增大,从而打消作弊的念头,最直接有效的方法就是要提高监考教师中负责任教师的比例.

从考风建设的角度来讲,就是不仅要加强监考教师的选拔与考核,提高监考教师的整体水平,还要减小考分在对学生总体评价的权重,增加对作弊行为的处罚力度,从而减小考生作弊的支付,抑制考生作弊的动机.

z_1和 z_2作为常数,反应了考生的整体素质,而 $\tilde{z}_1^*$ 和 $\tilde{z}_2^*$ 只和监考教师的支付函数有关.在不同的规则下,监考教师的支付有很大差异,所以无法确定 $\tilde{z}_1^*$ 和 $\tilde{z}_2^*$ 的大小,但是仍然可以画出与图 2类似的考生作弊概率分布.

如果 z_1和 z_2同时落在区间 $[0, \min(\tilde{z}_1^*, \tilde{z}_2^*))$内,监考教师一定会选择信号 m_2;落在区间 $[0, \max(\tilde{z}_1^*, \tilde{z}_2^*), 1)$内,监考教师一定会选择信号 m_1;落在区间 $[0, \min(\tilde{z}_1^*, \tilde{z}_2^*), \max(\tilde{z}_1^*, \tilde{z}_2^*))$内,监考教师将根据自己的类型及其对考生实际作弊概率的判断来选择发送信号.由于在一次博弈过程中 z_1和 z_2是常数,所以减小区间 $[0, \min(\tilde{z}_1^*, \tilde{z}_2^*))$,可以促使监考教师认真监考.

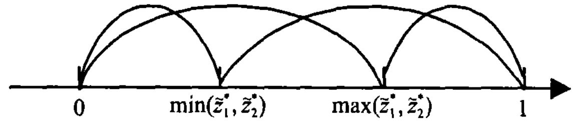

图3 考生作弊概率分布

Fig.3 The probability distribution of examinee cheating

减小 $(u_{14}-u_{12})$ 增大 $(u_{11}-u_{13})$ 可以减小 $\tilde{z}_1$,减小 $(u_{18}-u_{16})$ 或增大 $(u_{15}-u_{17})$ 可以减小 $\tilde{z}_2$,这样就可以减小区间 $[0,\min(\tilde{z}_1,\tilde{z}_2))$. 减小 $(u_{14}-u_{12})$ 意味着减小监考教师选择不认真监考的动机,而增加 $(u_{11}-u_{13})$ 意味着刺激监考教师选择认真监考. 减小 $(u_{15}-u_{17})$ 和增大 $(u_{18}-u_{16})$ 也是同样的道理.

从考风建设的角度来看,就是要对监考教师奖惩分明,对认真负责的行为要奖励,对不认真不负责的行为要惩罚,刺激监考教师选择认真的监考行为,最终减少作弊现象.

以上是对单次博弈的分析结果. 而事实上,从长期来看,考试是一种重复博弈,此时 z_1 和 z_2 不再是常量. 假如在一段时期内,作弊的现象有所减少,监考教师就会认为考生作弊的概率减小了,即 z_1 和 z_2 会减小,从图 3来看,这会促使监考教师选择不认真监考,而监考教师的行为又会导致作弊现象的抬头. 这说明考风建设工作不能丝毫松懈,而其难点则在于如何有效地保持监考教师认真监考的积极性.

3 结论

1) 考风建设的重点在于监考教师的委派. 学校要尽量选择负责的监考教师,加强对监考教师的思想工作,并且对监考教师的行为奖惩分明.

2) 考风建设必须常抓不懈,其难点在于如何保持监考教师认真监考的积极性. 有必要对监考制度进行深入研究,使得监考教师在考风建设取得一定成果的情况下,仍然能够认真监考.

3) 考风建设必须与校风建设和教学改革紧密联系在一起. 建立积极进取的校园文化,潜移默化的提高考生和监考教师的素质;深化教学改革,减小考试的权重,重视对考生的综合评价,都能够让考风好转.

参考文献:

[1] 张维迎. 博弈论与信息经济学 [M]. 上海:上海人民出版社, 2001. 322～338.
[2] 李文瑶. 考试舞弊的博弈分析与对策 [J]. 昆明理工大学学报 (理工版), 2002, 3(6): 141～143.
[3] 周杰,周红,陈刚. 作弊与反作弊的博弈分析 [J]. 山东师范大学学报 (自然科学版), 2002, (2): 13～15.
[4] 潘忻. 考试作弊及其防治的简单博弈分析 [J]. 教育探索, 2003, (1): 52～54.