

基于混沌系统反同步辨识系统所有参数

张平伟, 尹训昌, 申传胜

(安庆师范学院 物理与电气工程学院, 安徽 安庆 246011)

摘要: 基于李亚普诺夫稳定性理论, 从反同步角度研究了混沌和超混沌系统参数识别问题. 参数观测器和控制器可以解析得到, 所有控制器简单且容易在实验中实现. 以 Lorenz 系统和超混沌 Chen 系统为例, 数值模拟表明该方法可以精确的识别它们所有参数, 且该方法具有很强的鲁棒性, 并具有一定的普适性.

关键词: 反同步; 自适应控制; 控制器; 混沌系统

中图分类号: O415.5 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-855X(2010)04-0107-05

Parameter Estimation of Chaotic System Based on Anti-Synchronization

ZHANG Ping-wei, YIN Xun-Chang, SHEN Chuan-sheng

(School of Physics and Electrical Engineering, Anqing Teachers College, Anqing, Anhui 246011, China)

Abstract Anti-synchronization is used to estimate the parameters of chaotic and hyper-chaotic systems based on the Lyapunov stability theory. The main characteristics of these controllers and parameters are simple and easily constructed in experiments. The effectiveness of this scheme is proved by the results of the chaotic Lorenz and hyper-chaotic Chen system. The method has strong robust and universality.

Key words anti-synchronization, adaptive control, controller, chaotic system

0 引言

非线性系统广泛存在于气象、物理、化学、生物等各领域, 在一定条件下会产生混沌^[1-2], 由于混沌在保密通信方面有着十分广阔的应用前景和巨大的市场潜在价值, 引起了人们极大的关注, 提出了很多利用混沌同步进行保密的方法^[3-5]. 目前人们提出的同步有完全同步、广义同步、相同步、延迟同步、射影同步^[6-13], 近来又提出了反同步^[14-17]. 完全同步是指从不同初始点出发的 2 个混沌系统, 随时间的推移其轨道趋于一致. 相同步是指 2 个混沌系统轨道的相位差锁定在 2π 以内, 而它们的振幅仍然保持混沌状态且互不相关. 广义同步是指在主从混沌系统的轨道之间建立一个函数关系. 延迟同步是指具有固定时间延迟的 2 个混沌系统轨道是一致的. 射影同步是指主从混沌系统的轨道的振幅成正比, 且相位相同. 在利用混沌系统同步进行保密通信中, 对混沌系统的参数辨识是非常重要的工作^[18-21], 现在对混沌同步问题的研究已经很成熟. 但是混沌反同步问题仍然是一个新领域, 所谓反同步, 就是达到同步的 2 个混沌系统的状态向量绝对值相同但符号相反. 在周期混沌系统中, 反同步是值得关注的现象, 目前利用反同步进行参数辨识和保密通信方面的研究还没有见到报道.

文中提出利用自适应和反馈控制同时作用构建反同步方案, 用非常简单的控制器即可实现混沌系统之间的反同步, 由此达到辨识系统所有参数的目的, 数值模拟表明该方案非常有效且具有一定的普适性.

收稿日期: 2009-11-04 基金项目: 安徽省青年老师科研资助项目 (批准号: 2008j1100).

作者简介: 张平伟 (1979-) 男, 讲师. 主要研究方向: 非线性动力学与混沌同步. E-mail: zhpw3916@sina.com

1 利用反同步的参数辨识方法

考虑如下混沌系统:

$$\dot{x}_i = F(x, p) = F_i(x) + p_{ij}f_{ij}(x) + g_i(x) \quad (i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m) \quad (1)$$

其中 $p = p_{ij} \in U \subset R^m$ 为系统的参数, 即需要辨识的对象; $f_{ij}(x)$ 为系统含参数部分的函数; $F_i(x)$ 为系统的非线性项; $g_i(x)$ 是系统剩下的部分. 为了辨识混沌系统的所有参数, 构造 (1) 式的自适应反馈控制系统, 并将其动力学方程做如下处理:

$$\dot{y}_i = F(y, q) + \varepsilon_i(y_i + x_i) = -F_i(y) + q_{ij}f_{ij}(y) + g_i(y) + \varepsilon_i(y_i + x_i) \quad (2)$$

系统 (2) 是将系统 (1) 里非线性项 $F_i(x)$ 部分符号改变, q_{ij} 为 p_{ij} 随时间变化的参数, $\varepsilon_i(y_i + x_i)$ 为自适应反馈控制方案. 混沌系统 (1), (2) 存在如下性质: 对任何参数 $p \in U, x = (x_1, x_2, \dots, x_n), y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$, 存在一个常数 $l > 0$ 满足:

$$|F_i(x, p) + F_i(y, p)| \leq l |x_j + y_j| \quad (i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m) \quad (3)$$

设 2 系统的变量之和为 $e_i = y_i + x_i$, 其演化方程为 $\dot{e}_i = \dot{y}_i + \dot{x}_i$. 若 $\dot{e}_i = 0$ 则 (1) 与 (2) 达到反同步. 设系统 (1) 中 p 已知, 即 $\dot{p}_{ij} = 0$ 取耦合控制系数 ε_i 和参数 q_{ij} 随时间的自适应演化方程为:

$$\dot{\varepsilon}_i = -\gamma_i \varepsilon_i^2, \quad (4)$$

$$\dot{q}_{ij} = -\delta_{ij} e_{ij} f_{ij}(y) \quad (5)$$

$$(i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m)$$

式中 γ_i, δ_{ij} 是常数, 则可达到辨识目的, 其证明如下: 构造系统的非负李亚普诺夫函数为:

$$V = \frac{1}{2} \sum_i e_i^2 + \frac{1}{2} \sum_i \sum_j \frac{1}{\delta_{ij}} (q_{ij} - p_{ij})^2 + \frac{1}{2} \sum_i \frac{1}{\gamma_i} (\varepsilon_i + L)^2 \quad (6)$$

式中 L 为大于 0 的常数, V 对时间的一阶导数为:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \sum_i e_i \dot{e}_i + \sum_i \sum_j \frac{1}{\delta_{ij}} (q_{ij} - p_{ij}) (\dot{q}_{ij} - \dot{p}_{ij}) + \sum_i \frac{1}{\gamma_i} (\varepsilon_i + L) \dot{\varepsilon}_i \\ &= \sum_i e_i [F_i(x) + \sum_j p_{ij} f_{ij}(x) + g_i(x) - F_i(y) + \sum_j q_{ij} f_{ij}(y) + g_i(y) + \varepsilon_i e_i] \\ &\quad - \sum_i \sum_j (q_{ij} - p_{ij}) e_{ij} f_{ij}(y) - \sum_i (\varepsilon_i + L) \varepsilon_i^2 \\ &= \sum_i e_i [F(x, p) + F(y, p)] - \sum_i L e_i^2 \leq (nl - L) e_i^2 \leq 0 \end{aligned} \quad (7)$$

当取 $L > nl$ 时上式 (7) 成立, 那么采用上述自适应反馈同步方法, 就可以保证 2 个混沌系统达到反同步. 其中倒数第 2 步利用了式 (3). 当 2 个混沌系统达到反同步后, $q_{ij} = p_{ij}$, 系统 (1) 式的参数得到完全辨识. 下面通过 2 个例子说明所采用的方法, 就可以辨识超混沌系统的所有参数.

2 数值模拟结果

下面将上述方法用于 Lorenz 系统和四维超混沌 Chen 系统的参数辨识.

1) Lorenz 系统, 其动力学方程为:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = p_1(x_2 - x_1) \\ \dot{x}_2 = -x_1 x_3 + p_2 x_1 - x_2 \\ \dot{x}_3 = x_1 x_2 - p_3 x_3 \end{cases} \quad (8)$$

取系统参数 $p_1 = 10, p_2 = 28, p_3 = 8/3$ 这时系统处于混沌状态. 将 (8) 式作为驱动系统, 根据 (2) 式构造自适应反馈的响应系统:

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = q_1(y_2 - y_1) + \varepsilon_1(x_1 + y_1) \\ \dot{y}_2 = y_1 y_3 + q_2 y_1 - y_2 + \varepsilon_2(x_2 + y_2) \\ \dot{y}_3 = -y_1 y_2 - q_3 y_3 + \varepsilon_3(x_3 + y_3) \end{cases}$$

由 (4), (5) 式, 这里取 $\gamma_i = 2, \delta_i = 5$, 耦合系数和参数随时间自适应演化方程分别如下:

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_1 &= -2e_1^2, \quad \dot{\varepsilon}_2 = -2e_2^2, \quad \dot{\varepsilon}_3 = -2e_3^2 \\ \dot{q}_1 &= -5(y_2 - y_1)(y_1 + x_1), \quad \dot{q}_2 = -5(y_2 + x_2)y_1, \quad \dot{q}_3 = 5(y_3 + x_3)y_3 \end{aligned}$$

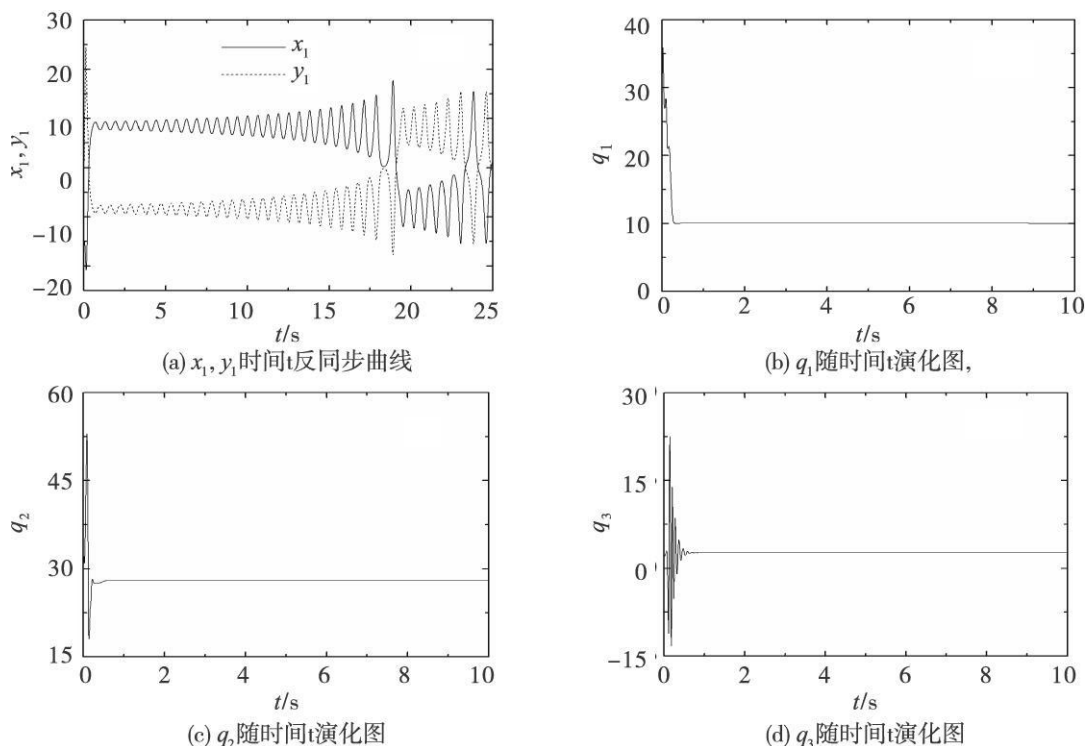


图1 Lorenz系统的反同步曲线和各参数辨识结果

Fig.1 Anti-synchronization of Lorenz system and its estimation parameters results

采用四阶龙格-库塔方法模拟, 步长为 0.005, 驱动系统、响应系统与参数变量初值选为: $x_1(0) = -20, x_2(0) = 5, x_3(0) = 1, y_1(0) = -15, y_2(0) = 3, y_3(0) = 1, q_1(0) = 11, q_2(0) = 30, q_3(0) = 2$. 数值模拟结果表明 (7) 式可以满足, 因此系统参数可以完全得到辨识, 数值模拟结果随时间变化如图 1 所示. 图 1(a) 表明 2 个系统很快达到了反同步, 从图 1(b), (c), (d) 可以看出最终得到各个参数辨识结果为 $q_1 = 10, q_2 = 28, q_3 = 2.6667$ 与系统 (8) 的参数快速一致.

2) 四维超混沌 Chen 系统, 其动力学方程为:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = p_1(x_2 - x_1) + x_4 \\ \dot{x}_2 = p_2x_1 - x_1x_3 + 12x_2 \\ \dot{x}_3 = x_1x_2 - p_3x_3 \\ \dot{x}_4 = x_2x_3 + p_4x_4 \end{cases} \quad (9)$$

当取 $p_1 = 35, p_2 = 7, p_3 = 3, p_4 = 0.2$ 系统处于超混沌状态. 类似构造自适应反馈系统, 取耦合系数和参数随时间自适应演化如下:

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_1 &= -15e_1^2, \quad \dot{\varepsilon}_2 = -15e_2^2, \quad \dot{\varepsilon}_3 = -15e_3^2, \quad \dot{\varepsilon}_4 = -15e_4^2 \\ \dot{q}_1 &= -3(y_2 - y_1)(y_1 + x_1), \quad \dot{q}_2 = -3(y_2 + x_2)y_1 \\ \dot{q}_3 &= 3(y_3 + x_3)y_3, \quad \dot{q}_4 = -3(y_4 + x_4)y_4 \end{aligned}$$

驱动系统、响应系统与参数变量初值选为: $x_1(0) = -10, x_2(0) = 25, x_3(0) = 18, x_4(0) = 1, y_1(0) = -13, y_2(0) = -12, y_3(0) = 5, y_4(0) = 30, q_1(0) = 33, q_2(0) = 6, q_3(0) = 2, q_4(0) = 0.1$. 参数辨

识结果随时间变化如图 2(a), (d) 所示, 从图中可以看出, $q_1 = 35$ $q_2 = 7$ $q_3 = 3$ $q_4 = 0.2$ 与系统 (9) 的参数一致.

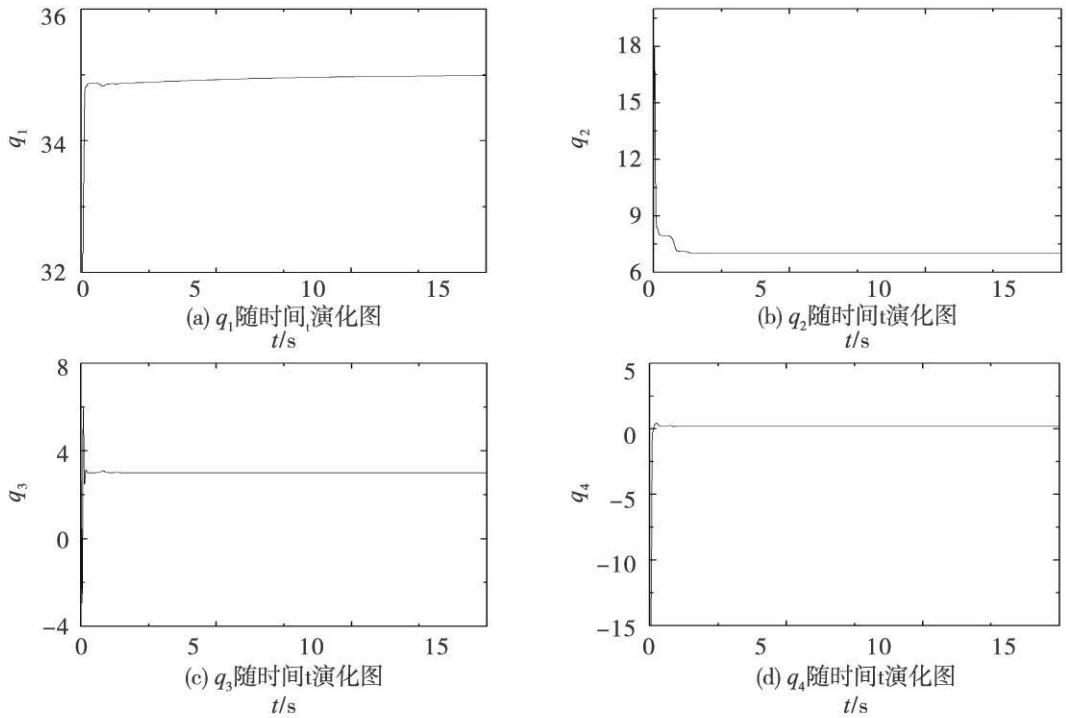


图2 超混沌Chen系统的各参数辨识结果

Fig.2 Evolution of all hyper-Chen response system parameters

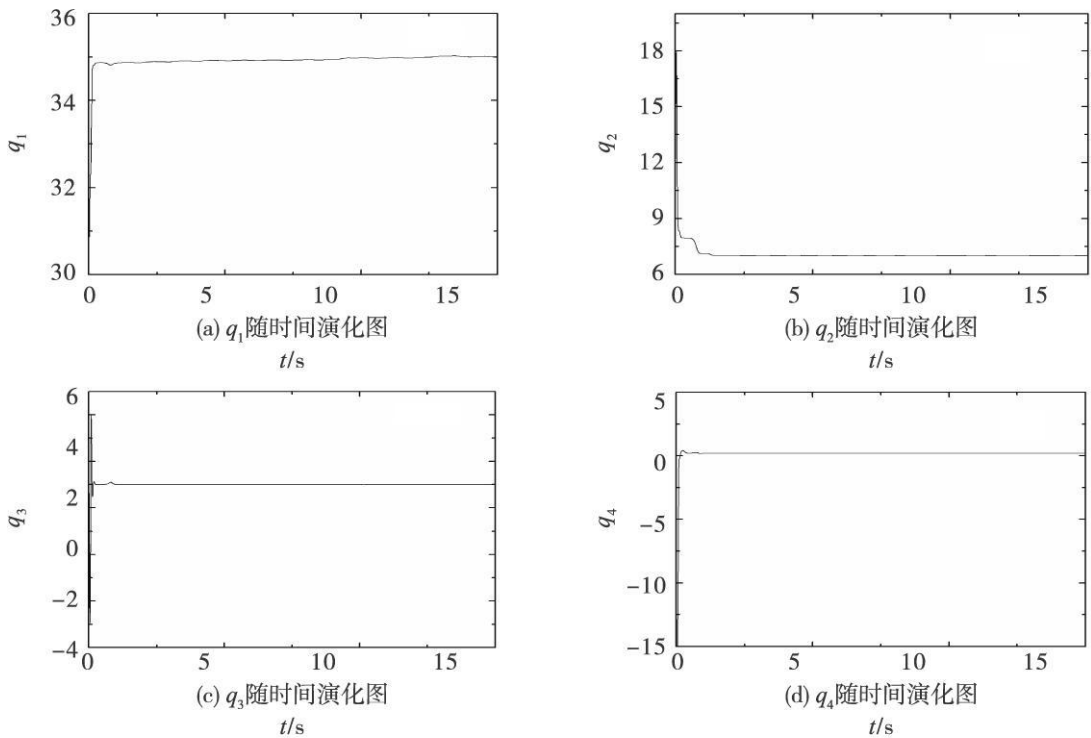


图3 加入噪声后超混沌Chen系统的各参数辨识结果

Fig.3 Evolution of all hyper-Chen response system parameters when adding noise

从以上 2 例的辨识结果可以看出, 论文所提出的方法对混沌系统参数辨识非常有效. 为了说明该方法具有很强的鲁棒性, 在超混沌 Chen 系统的第一个方程右边加入 $[-1, 1]$ 的噪声, 参数辨识结果如图 3 所示. 图中显示在加入噪声后, 参数辨识结果为 $q_1 = 35 \pm 0.036$, $q_2 = 7 \pm 0.01$, $q_3 = 3 \pm 0.00069$, $q_4 = 0.2 \pm 0.0005$. 这表明在有噪声的情况下, 该方法也能给出很好的辨识结果.

3 结 论

研究提出利用自适应和反馈同时控制的反同步方案, 能迅速使驱动系统和响应系统达到反同步, 由此能精确辨识混沌系统所有参数. 数值模拟结果表明该方法对于混沌系统参数辨识非常有效, 而且该方法使用的控制器非常容易实现, 具有很强的鲁棒性, 因而在实际工程应用中更容易实现, 具有一定的应用价值.

参考文献:

- [1] Ott E, Grebogi C, Yorke J A. Controlling Chaos[J]. Phys Rev Lett 1990, 64(1): 1196–1199
- [2] Konur R. Equivalence of Synchronization and Control of Chaotic Systems[J]. Phys Rev Lett 1996, 77(9): 2937–2940
- [3] Kocarev L, Parlitz U. General Approach for Chaotic Synchronization with Applications to Communication[J]. Phys Rev Lett 1995, 74(6): 5028–5031
- [4] Xiao J H, HU G, QU Z L. Synchronization of Spatiotemporal Chaos and Its Application to Multichannel Spread-Spectrum Communication[J]. Phys Rev Lett 1996, 77(20): 4162–4165
- [5] Parlitz U, Kocarev L, Stojanovski T. Encoding Messages Using Chaotic Synchronization[J]. Phys Rev E 1996, 53(5): 4351–4361
- [6] 宋运忠, 赵光宙, 齐冬莲. 混沌吕系统的约束控制[J]. 控制理论与应用, 2007, 24(5): 795–798
- [7] 毕勤胜, 邹勇, 刘曾荣, 等. 内共振系统的混沌同步现象[J]. 控制理论与应用, 2004, 21(6): 932–934
- [8] 王金兰, 陈光旨. 时空混沌系统的主动-间隙耦合同步[J]. 物理学报, 1999, 48(9): 1605–1610
- [9] 程丽, 张入元, 彭建华. 用单一驱动变量同步混沌与超混沌的一种方法[J]. 物理学报, 2003, 52(3): 536–541
- [10] 杨涛, 邵惠鹤. 基于遗传算法混沌系统同步的研究[J]. 控制理论与应用, 2002, 19(5): 789–792
- [11] 李国辉. 基于观测器的混沌广义同步解析设计[J]. 物理学报, 2004, 53(4): 999–1002
- [12] 刘杰, 陈士华, 陆君安. 统一混沌系统的投影同步与控制[J]. 物理学报, 2003, 52(7): 1595–1599
- [13] 于灵慧, 房建成. Hénon混沌同步的自适应逆控制[J]. 控制理论与应用, 2005, 22(4): 623–626
- [14] Mossa A I, Sawalha M, Noorani M S M. Chaos Anti-Synchronization Between Two Novel Different Hyperchaotic Systems[J]. Chin Phys Lett 2008, 25(8): 2743–2746
- [15] 王兴元, 王明军. 三种方法实现超混沌 Chen 系统的反同步[J]. 物理学报, 2007, 56(12): 6843–6850
- [16] 刘福才, 臧秀凤, 宋佳秋. 双向耦合混沌系统的反同步性研究[J]. 物理学报, 2009, 58(6): 3765–3771
- [17] 吕翎, 夏晓岚. 非线性耦合时空混沌系统的反同步研究[J]. 物理学报, 2009, 58(2): 814–818
- [18] Parlitz U. Estimating Model Parameters from Time Series by Autosynchronization[J]. Phys Rev Lett 1996, 76(2): 1232–1235
- [19] Huang D B. Synchronization-Based Estimation of all Parameters of Chaotic Systems from Time Series[J]. Phys Rev E 2004, 69(6): 67201–67204
- [20] Rahul Konur. Synchronization-Based Approach for Estimating All Model Parameters of Chaotic Systems[J]. Phys Rev E 2003, 67(2): 27201–27204
- [21] Parlitz U, Junge L, Kocarev L. Synchronization-Based Parameter Estimation from Time Series[J]. Phys Rev E 1996, 54(5): 6253–6259