

基于 Logistic-Verhulst 模型的云岭隧道围岩位移预测

王晓睿^{1,2,3}, 王元汉¹

(1 华中科技大学 土木工程与力学学院, 湖北 武汉 430074; 2 华中科技大学控制结构湖北省重点实验室, 湖北 武汉 430074; 3 南阳理工学院 土木工程系, 河南 南阳 473004)

摘要: 隧道围岩的变形是一个非常复杂的非线性演化过程, 按照数学思想依据自然界生物生长动态过程建立 Logistic-Verhulst 模型, 模拟计算围岩应力重分布过程的位移. 通过在十漫公路云岭隧道实地监测验证, 得到在复杂地质条件下, 施工过程中软弱围岩变形的超前预报值、收敛趋于稳定的值和趋于稳定的时间, 以较高的预测精度, 证明了 Logistic-Verhulst 模型在隧道围岩位移监测应用中的可行性和可靠性.

关键词: 隧道围岩; Logistic 模型; 位移监测

中图分类号: U45 文献标识码: A 文章编号: 1007-855X(2007)05-0057-04

Displacement Prediction of Surrounding Rock Mass of Yunling Tunnel by Logistic-Verhulst Model

WANG Xiao-rui^{1,2,3}, WANG Yuan-han¹

(1. Department of Civil Engineering and Mechanics Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

2. Hubei Key Laboratory of Control Structure, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China

3. Department of Civil Engineering Nanyang University of Technology, Nanyang Henan 473004, China)

Abstract The deformation of the surrounding rock mass of tunnel is a very complex non-linear problem. Based on the mathematic model of Logistic-Verhulst which is applied to the biological development, the deformation and stress re-distribution of the surrounding rock mass are simulated. By this model and from the practice of Yunling Tunnel in Shiman Highway construction, the deformation of the soft rock mass, stability value and time are predicted. The results show that the Logistic-Verhulst model has workability and reliability in the displacement prediction of the tunnel rock mass.

Key words tunnel surrounding rock mass; Logistic model; displacement monitoring

0 引言

隧道工程中围岩稳定性是隧道设计者和施工者都非常关心的核心问题, 围岩位移量的大小, 尤其是软弱围岩最终位移变形量等, 是判断隧道工程是否能安全、正常建设和适用的重要指标之一. 因此, 围岩的预测预报也是信息化监控设计与施工的重要环节^[1]. 目前对隧道围岩位移的预测的方法很多, 有线性-非线性回归预测、时间序列预测、灰色系统预测、神经网络模型预测等等. 而各种方法各有其特点, 又有一定的局限性^[2].

Verhulst 模型是德国生物学家 Verhulst 于 1837 年提出的一种生物增长模型, 而对隧道软弱围岩位移趋稳历时而言, 其变形与生长过程本身也是一个非线性系统的生长演化问题, 也有一个变形、发展和稳定的过程^[3]. 位移-时间曲线趋于稳定时, 形似“S”形, 但其参数的确定是目前工程应用中的关键问题, 而以 Logistic

收稿日期: 2007-04-24 基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (项目编号: 50609028).

第一作者简介: 王晓睿 (1975-), 男, 博士研究生. 主要研究方向: 深埋长隧道围岩变形. E-mail: wxru203@163.com.

函数用来分析生长曲线函数的阶段特征, 有较高的相似性和可行性. 因此根据隧道围岩变化的实际监测情况和围岩压力重分布的动态发展过程, 建立适用于隧道围岩位移预报的 Logistic-Verhulst 模型, 利用 Logistic 方程对模拟隧道围岩变形过程的 Verhulst 模型进行阶段特征分析, 通过云岭隧道工程中对各观测点进行认真观测记录的基础上, 运用该模型对围岩位移的预测预报并进行验证, 取得了很好的效果.

1 利用 Logistic 方程建立 Verhulst 模型

1.1 引入灰色理论建立 Verhulst 模型

GM(1, 1) 模型是灰色系统理论中重要的模型之一, 数学式为^[5]

$$\frac{dy^{(1)}}{dt} + ay^{(1)} = b \quad (1)$$

其中, a 为发展系数, b 为灰作用量, $y^{(1)}$ 表示变量 y 的一次累加生成. 因此, 式 (1) 描述了 y 随时间 t 动态变化的规律.

设原始等间隔唯一监控量测数据序列为 $y^{(0)}$, 令 $y^{(0)}$ 为 n 元序列, 即

$$y^{(0)} = (y^{(0)}_{(1)}, y^{(0)}_{(2)}, \dots, y^{(0)}_{(n)}), (y^{(0)}_{(n)} \geq 0)$$

式中, n 为所取时距样本; $y^{(0)}_{(n)}$ 为同一测点不同时间所获取的一系列实测位移值. 则 $y^{(0)}$ 的一次累加 (1-AGO) 序列:

$$y_m^{(1)} = \sum_{i=1}^m y_i^{(0)}$$

$y^{(1)}$ 的紧邻均值生成序列为: $y^{(1)} = (y^{(1)}_{(2)}, y^{(1)}_{(3)}, \dots, y^{(1)}_{(n)})$

若 $A = (a, b)^T$ 为参数列, 且

$$B = \begin{bmatrix} Z^{(1)}_{(2)} & 1 \\ Z^{(1)}_{(3)} & 1 \\ \vdots & \vdots \\ Z^{(1)}_{(n)} & 1 \end{bmatrix} \quad y_N = \begin{bmatrix} y^{(0)}_{(2)} \\ y^{(0)}_{(3)} \\ \vdots \\ y^{(0)}_{(n)} \end{bmatrix}$$

其中

$$z^{(1)}_{(k)} = 0.5y^{(1)}_{(k)} + 0.5y^{(1)}_{(k-1)}$$

则由灰色微分方程 $y^{(0)}_{(n)} + az^{(1)}_{(k)} = b$ 的最小二乘估计参数列满足

$$A = (B^T B)^{-1} B^T y_N$$

对应灰色微分方程的时间响应序列为

$$y^{(1)}_{(k+1)} = (y^{(0)}_{(1)} - \frac{b}{a}) e^{-ak} + \frac{b}{a}$$

还原值

$$y^{(0)}_{(k+1)} = y^{(1)}_{(k+1)} - y^{(1)}_{(k)}$$

将 $y^{(1)}_{(t)}$ 拟合成 Verhulst 一阶白化非线性微分方程:

$$\frac{dy^{(1)}_{(t)}}{dt} = b(y^{(1)}_{(t)})^2 - ay^{(1)}_{(t)}$$

$$B = \begin{bmatrix} Z^{(1)}_{(2)} - (Z^{(1)}_{(2)})^2 \\ Z^{(1)}_{(3)} - (Z^{(1)}_{(3)})^2 \\ \vdots \\ Z^{(1)}_{(n)} - (Z^{(1)}_{(n)})^2 \end{bmatrix} \quad y_N = \begin{bmatrix} y^{(0)}_{(2)} \\ y^{(0)}_{(3)} \\ \vdots \\ y^{(0)}_{(n)} \end{bmatrix}$$

化简后得到 Verhulst 非线性模型:

$$y^{(1)} = \frac{\frac{a}{b}}{1 + \left(\frac{a}{b} \cdot \frac{1}{y^{(0)}} - 1\right) e^{-a(t-1)}} \quad (2)$$

1.2 利用 Logistic 方程进行隧道围岩生长分析

Logistic 方程可以表示为 [4]

$$y^{(t)} = \frac{L}{1 + u e^{-vt}} \quad (3)$$

式中: t 为时间, $y^{(t)}$ 为因变量, L 为 $y^{(t)}$ 的理论最大极限值. 引入式 (3), 以 $y^{(t)}$ 为隧道开挖后围岩随时间增长的位移; t 为隧道开挖时间; L 为 $y^{(t)}$ 增长上限, u 为位移增长率; u, v 均为待定参数.

$$u = \frac{a}{b} \cdot \frac{1}{y^{(0)}} - 1 \quad (4)$$

$$v = -a(t-1) \quad (5)$$

a, b 值用最小二乘法原理求得:

$$a = \frac{\sum_{k=t_0}^{n+t_0-1} d(k) + b \sum_{k=t_0}^{n+t_0-1} k}{n} \quad (6)$$

$$b = \frac{\sum_{k=t_0}^{n+t_0-1} [d(k) \cdot k] - \left[\sum_{k=t_0}^{n+t_0-1} d(k) \right] \cdot \left[\sum_{k=t_0}^{n+t_0-1} k \right] / n}{\left(\sum_{k=t_0}^{n+t_0-1} k \right)^2 - \frac{\sum_{k=t_0}^{n+t_0-1} k^2}{n-t_0+1}} \quad (7)$$

$$d(k) = \frac{1}{u_{(k-t_0+1)} \cdot k} \quad (8)$$

1.3 建立 Logistic-Verhulst 预报模型

将 Logistic-Verhulst 模型曲线从快速增长向缓慢增长、趋稳的临界处拐点值 a/b 视作隧道软弱围岩趋于基本稳定的位移值^[6]. 将 a/b 替代式 (2) 中的 $\frac{a}{b}$ 就可以求得稳定位移值所对应的趋稳时刻 t

$$t = \frac{1}{a} \ln \left(\frac{a}{b y^{(0)}} \right) + 1 \quad (9)$$

2 工程应用

云岭隧道位于湖北省十漫高速公路郧西县上津镇丁家湾村境内, 为一座上、下分离 4 车道高速公路长大隧道. 左线处于 ZK104+760~ZK106+940 m 之间, 长约 2180 m, 右线处于 YK104+755~YK106+940 m, 长 2185 m. 隧道地处两郧断裂带, 地质条件复杂, 存在大量的软弱岩层和断裂破碎带, 隧道进口横穿郧漫公路. 受地形、构造应力的影响, 人工开挖后常常出现滑坡、坍塌、大变形等问题, 给隧道正常施工带来极大困难. 隧道进口有一大型古滑坡体, 南北长 250 m, 东西宽 100 m, 平均厚度 14 m. 曾在 1958 年出现的 50 年不遇的大降水过程中, 西河水涨冲刷滑坡体前缘导致滑坡体发生滑动, 下滑时整体下塌达 3 m.

隧道进口施工从 2005 年 3 月至 8 月中旬时间内, 进度缓慢. 左洞仅进尺 27 m, 右洞仅进尺 51 m. 其原因是围岩很差, 为强风化的炭质千枚岩, 遇水软化. 隧道施工又影响到滑坡体产生滑移趋势. 图 1 为隧道 ZK104+783 处初期支护变形图, 图 2 为进口附近郧漫公路上方坡体的裂缝.

云岭隧道进口左洞因其复杂的地质条件, 成为整条十漫高速公路施工中的关键点, 为有效监测并指导施工, 我们在左洞加大监测力度, 并根据 ZK104+787 点 6 月份连续监测数据采用 Logistic-Verhulst 模型对其 7 月份围岩稳定位移做预报验证, 数据时间间隔为 5 d. 根据上式, 计算得:

$$[ab]^T = [1.0128 \quad 0.0219]$$



图1 云岭隧道ZK104+783处初期支护变形
Fig.1 Distortion in early days of support curve
on ZK104+783 of Yunling Tunnel



图2 郎漫公路上方山坡上的裂缝
Fig.2 Crack on hillside of Yunman Highway

有关计算结果如表 1 及示意图 3

表 1 ZK 104+ 787 监测值与模型预报值对比

Tab 1 Comparison of measured and model prediction values on ZK 104+ 787

年月日	观测值 /mm	累计收敛值 /mm	预报值 /mm	相对误差 /%
2005年 6月 1日	8.3446	0	0	
2005年 6月 5日	8.3412	3.4	3.40	
2005年 6月 10日	8.3349	9.74	8.152	1.6
2005年 6月 15日	8.3278	16.8	16.9676	1.0
2005年 6月 20日	8.3142	30.4	28.3075	6.0
2005年 6月 25日	8.3059	38.7	37.6400	2.7
2005年 6月 30日	8.2995	45.1	42.8852	4.9
2005年 7月 5日	8.2960	48.6	45.2231	6.9
2005年 7月 10日	8.2955	49.1	46.1567	6.0
2005年 7月 15日	8.2953	49.3	46.5128	5.6
2005年 7月 20日	8.2950	49.6	46.6464	6.0
2005年 7月 25日	8.2943	50.3	46.6961	6.0

根据 Logistic-Verhulst 模型预报系统, 将模型曲线从快速增长向缓慢增长、趋稳的临界处拐点值 a/b 视作隧道软弱围岩趋于基本稳定的位移值。就可以求得稳定位移值所对应的趋稳时刻 $t = 35$ d 左右, 达到趋于稳定的变形收敛值 $a/b = 46.2$ mm。

3 结论

1) 在高应力软弱围岩中构筑长隧道, 软弱围岩大变形必然是一个突出的问题, 加强对围岩变形的监测和预报, 可为合理提供支护方式和支护参数调整提供科学依据。

2) 隧道围岩变形是一个非常复杂的非线性演化过程, 本文提出的 Logistic-Verhulst 模型按照数学思想依据自然界生物生长动态过程模拟了围岩应力重分布过程的位移, 通过在十漫公路云岭隧道和二道亚隧道的实地监测验证, 得到隧道围岩超前预报值、收敛趋于稳定的值和趋于稳定的时间。

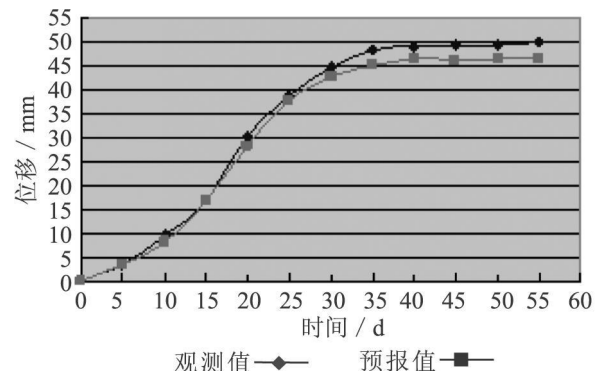


图3 zk104+787-累计收敛分析图

Fig.3 Analysis of accumulative deformation on zk104+787

4) 当距离不是很近时, 裂纹之间的增强干涉效应不会使裂纹尖端的局部应力应变场明显增强, 裂纹的启裂动力主要来自单个裂纹自身的应力强度因子, 而干涉效应主要是在裂纹之间形成高应力应变区, 改变裂纹的扩展路径, 推动裂纹之间的串接。

本文的研究主要是针对同类夹杂物在同样的相当距离下的干涉效应进行的. 实验研究的结果与本文作者及其他人以前的数值计算结果基本吻合, 有些方面, 如孔洞之间的增强干涉区存在的梯度应变条带, 则是在以前的数值计算中没有发现的. 目前, 我们正在进行不同类型夹杂物之间的干涉效应以及夹杂物间的距离对干涉效应的影响等方面的实验研究工作, 这些研究对于我们进一步理解夹杂物间的干涉效应, 分析材料的失效机理、改进材料的加工工艺也是十分重要的。

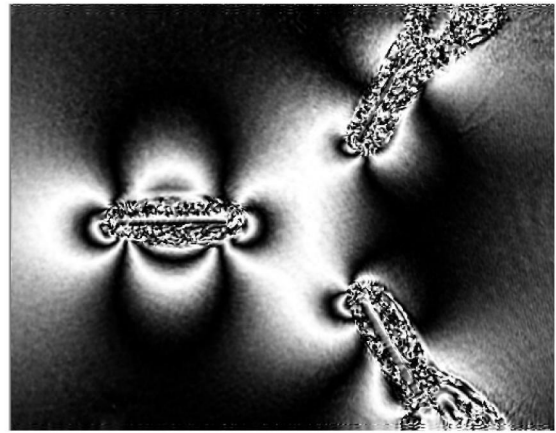


图11 水平裂纹与2个45°的斜裂纹

Fig.11 A horizontal crack and two Oblique cracks with 45 degrees

参考文献:

- [1] 张宏图, 折晓黎. 夹杂理论及其在断裂研究中的应用 [J]. 物理学报, 1981, 30(6): 761-774
- [2] 王锐. 裂纹与夹杂物的相互作用 [J]. 物理学报, 1990 39(12): 1908-1914
- [3] Chudnovsky A, KACHANOV M. Interaction of a Crack with a field of microcracks [J]. Int J Engng Sci 1983 21, 1009-1018
- [4] MARK KACHANOV, ERIC MONTAGUT. Interaction of a Crack with Certain Microcrack Arrays [J]. Engng Fracture Mech 1986 25 625-636
- [5] Horii H, Nemat-Nasser S. Elastic Fields of Interaction inhomogeneities [J]. Int J Solids Structures 1985, 21: 731-745
- [6] San-Xia Gong H. Horii General solutions to the problems of microcracks near the tip of a main crack [J]. J Mech Phys Solids 1989, 37: 27-46
- [7] Stenberg E, Sadowsky M A. On the Axisymmetric Problem of the Theory of Elasticity for an Infinite Region Containing Two Spherical Cavities [J]. J Appl Mech 1952, 19: 19-27.
- [8] 郭荣鑫, Gerard LORMAND, 李俊昌. 夹杂物问题应力场的数值计算 [J]. 昆明理工大学学报: 理工版. 2004 30(3): 51-55
- [9] GUO Rongxin Li Junchang Gerard LORMAND, Interaction of multiple inhomogeneities Environment Effects on Fracture and Damage (Proceeding of the EM 2004), G C Shi S T Tu [R], Zhejiang University Press Hangzhou, China 2004 131-136
- [10] 张讯, 李金瀛. 裂纹群干扰效应的光弹性法测定 [J]. 华北电力学院学报, 1995 22(4): 75-79
- [11] Xiong B Wang Z Lu X, et al Application of Real-time Holographic Method to the Micro-Crack Nucleation Process Study [R], Proceedings of the SPIE, 2000 4221: 326-330

(上接第 60 页)

3) Logistic-Verhulst 模型克服了传统的围岩位移的预测和稳定性评判方法中根据经验判定参数以及因为不确定因素过多而难以操作的缺陷, 使本方法更为科学可靠, 更具有操作性与实用性。

参考文献:

- [1] 杨会军, 胡春林, 谌文武, 等. 断层及其破碎带隧道信息化施工 [J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(22): 3917-3922
- [2] 徐林生. 公路隧道施工围岩稳定性监测预报系统与隧道工程数值模拟研究: [博士学位论文] [D]. 上海: 同济大学, 2001.
- [3] 郝哲. 公路隧道岩体分级, 位移预测及其反分析方法研究: [博士学位论文] [D]. 沈阳: 东北大学, 2003
- [4] 叶宗裕. 皮尔曲线模型的推广及其应用 [J]. 数学的实践与认识, 2004, 34(11): 72-75.
- [5] 邓聚龙. 灰色系统工程 [M]. 武汉: 华中工学院出版社, 1990
- [6] 谢全敏, 夏元友, 程康. 岩体变形监测时序分析与动态建模 [J]. 工程地质学报, 2001, 9(3): 308-311