第29卷 第6期 昆明理工大学学报(理工版) Vol.29 No.6
2004年12月 Journal of Kunming University of Science and Technology (Science and Technology) Dec. 2004

多元群博弈模型及其 Nash 均衡研究

蒋朝哲[1], 胡 培[1], 袁际学[2]
(1. 西南交通大学 经济管理学院, 四川 成都 610031; 2. 云南师范大学 体育学院,云南 昆明 650092)

摘要: 根据现实企业的博弈现象,提出了群博弈概念,指出任何一个市场主体,从博弈的角度看,不可避免地与多个其他不同性质的参与方在不同的领域里进行不同的博弈,该主体的博弈对手间却不博弈,从而形成群博弈现象.对群博弈的特征和策略形式进行了描述,用数学的方法求得群博弈的系统均衡.最后,对古诺寡头模型进行变异,重新定义了一个企业在群博弈中的效用函数,经过讨论,取得了满意的效果.

关键词: 群博弈;均衡;关联群博弈;简单群博弈
中图分类号:F019.1 文献标识码:A 文章编号:1007 - 855X(2004)06 - 0138 - 05

A Multiple Group - Game Model and Its Equilibrium Research

JIANG Chao-zhe[1], HU Pei[1], YUAN Ji-xue[2]
(1. School of Economics & Management, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China;
2. School of Physical Education, Yunnan Normal University, Kunming 650092, China)

Abstract: Group - game concept are presented for the research of any market entity is put forward according to the phenomena of games in the enterprises. Its characteristics and strategy forms are described and thus finding out the Nash equilibrium to the Group - game Nash equilibrium on strategy concerned with mathematical method. The Cournot model is extended, the Utility function of one enterprise in Group - game is redefined. A satisfying result is got.

Key words: group - game; equilibrium; related group - game; simple group - game

0 引 言

目前在经济博弈研究中,大多研究产品的独立博弈现象,而在现实经济生活中,一个企业不可能仅限于几个简单的独立博弈[3],一般一个企业(中心企业)与多个企业之间存在博弈关系,并且中心企业以外的其他企业之间或者存在着一定的非博弈关系,或者存在博弈关系,却与中心企业同时涉足的博弈目标不相关,这些关系将对中心企业在多个博弈中的综合效果产生影响.如一个企业在与客户博弈时,必须考虑对潜在竞争对手的策略,当潜在的竞争对手与客户存在关系时,企业与客户的博弈结果将受影响,这时这个企业为了企业整体效用的最大化,在对不同的博弈方采取行动策略时,应把所有策略看成一个整体来展开博弈.迈克尔.波特的五力竞争模型也可以看成是五大竞争力与当事企业(中心企业)分别构成不同的独立博弈而形成一个博弈群,可用图1表示他们的博弈关系.其中实线双向箭头表示涉及方存在着独立博弈关系,他们共同构成了该中心企业的博弈群体,其他博弈方之间的非博弈关系(或与中心企业博弈目标无关的博弈关系)用虚线双向箭头表示.

上述博弈现象与“多人博弈”现象有着本质的区别,多人博弈是指所有博弈参与方在同一个市场对同一个目标进行博弈,两两之间均存在博弈关系,他们之间的博弈关系如图2所示,其中的实线双向箭头表示在同一个市场中为同一个目标博弈关系.而在本文研究的博弈中,除中心企业外的其他企业之间不存在

收稿日期:2004 - 05 - 12. 基金项目:国家自然科学基金(项目编号:70371045).
第一作者简介:蒋朝哲(1968~),男,博士研究生.主要研究方向:系统分析与决策,决策科学.
E - mail:jiangchaozhe@163.com.

博弈关系,中心企业在选择策略时不仅要考虑各独立博弈中对手的策略,还要考虑各个独立博弈对手之间的关系,看这个关系是否对整体效用有影响.这类博弈实质上具有博弈群集的特征.本文将具有这种特征的整体博弈称为群博弈.群博弈就是一个企业在与一个对手进行博弈时,同时与其他的对手进行不同目标的博弈,并在博弈的每个阶段,其他的博弈方采取不同的策略,而作为群博弈的中心企业应从由所有该企业独立博弈时的策略所组成的新策略组合空间中选择一个策略向量来参与博弈,这个策略向量的维度要大于独立博弈的策略向量维度.群博弈可以分为完全信息静态群博弈、完全信息动态群博弈、不完全信息静态群博弈、不完全信息动态群博弈四大类,而每类中又可分为关联群博弈、简单群博弈、关联多维群博弈、简单多维群博弈[1]四种.本文主要研究完全信息静态群博弈,首先描述所定义的群博弈特征并进一步定义出群博弈的 Nash 均衡,然后讨论关于一个企业对两个不同的目标与两个不同的博弈方展开的群博弈及其 Nash 均衡.

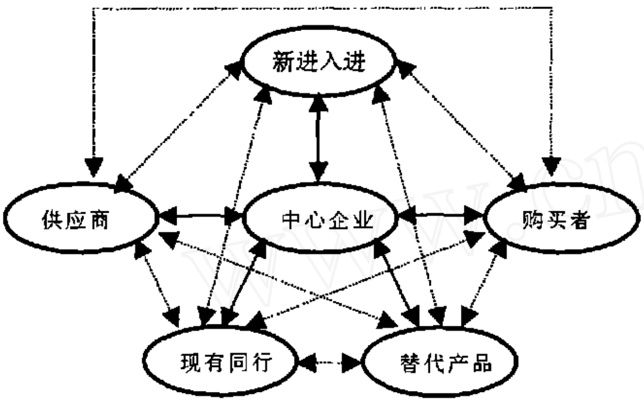

图 1　迈克尔.波特五力竞争群博弈模型

Fig.1　Michael E.Porter group - game model

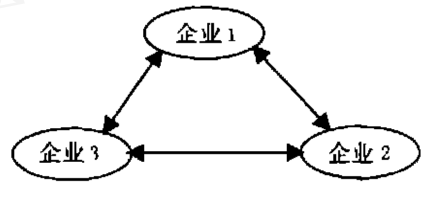

图 2　三人博弈模型

Fig.2　Three - person game model

1　群博弈的特征、策略型描述及群博弈 Nash 均衡

由于本文所定义的群博弈是研究参与人(中心企业)在每个阶段与不同的竞争对手进行不同目标的博弈,所以不妨假设被研主体在每个阶段是与 $m(m \geq 2)$ 个不同的博弈对象同时博弈,那么,每个阶段中心企业应该选择一个向量维度大于独立博弈时的策略向量维数进行群博弈.这种博弈应具有以下特征.

1.1　群博弈的特征

(1) 在博弈的每个阶段,假设各博弈方行动策略是同步的,被研究的中心企业 α 选择一个 m 维的策略向量 $S_\alpha = (S_{\alpha 1}, S_{\alpha 2}, \cdots, S_{\alpha m})$, $\lambda = 1, 2, \cdots, m$,其中 $S_{\alpha\lambda}$ 表示中心企业 α 在第 λ 个博弈中的策略.

(2) 中心企业 α 的总效用函数不仅是自己所选择的 m 维策略向量 $(S_{\alpha 1}, S_{\alpha 2}, \cdots, S_{\alpha m})$ 的函数,同时也是对手所选择策略 S_j, $j = 1, 2, \cdots, m$ 的函数,并且与独立博弈间对手们的相互关系 k 有关,即:

$$U_\alpha = U_\alpha[(S_{\alpha 1}, S_{\alpha 2}, \cdots, S_{\alpha m}), S_1, S_2, \cdots, S_m, k]$$

1.2　群博弈的策略描述和群博弈 Nash 均衡定义

(1) 在群博弈中,独立博弈集合 M, $\lambda \in M$, $M = \{1, 2, \cdots, m\}$ m 为博弈群中独立博弈的个数,即群博弈的元数.

(2) 中心企业 α 的 m 元群博弈策略空间为 $S_{\alpha 1} \times S_{\alpha 2} \times \cdots \times S_{\alpha m}$,其中 $S_{\alpha j}$ 表示中心企业 α 在 j 个独立博弈中的策略向量,$j = 1, 2, \cdots, m$.

(3) 中心企业的总效用函数为:

$$U_\alpha = U_\alpha[(S_{\alpha 1}, S_{\alpha 2}, \cdots, S_{\alpha m}), S_1, S_2, \cdots, S_m, K]$$

用 $G = \{(S_{\alpha 1} \times S_{\alpha 2} \times \cdots \times S_{\alpha m}), S_1, S_2, \cdots, S_m; U_\alpha, U_1, U_2, \cdots, U_m\}$.来表示群博弈的策略型.

下面定义完全信息静态群博弈的 Nash 均衡.

设涉及 m 个独立博弈的群博弈为

$$G = \{ (S_{\alpha 1} \times S_{\alpha 2} \times \cdots \times S_{\alpha m}), S_1, S_2, \cdots, S_m; U_\alpha, U_1, U_2, \cdots, U_m \}.$$

其群博弈策略组合$\{ (s_{\alpha 1}, s_{\alpha 2}, \cdots, s_{\alpha m})^*, s_1^*, s_2^*, \cdots, s_m^*$ 是一个均衡策略,其中$\{ (s_{\alpha 1}, s_{\alpha 2}, \cdots, s_{\alpha m})^* \in (s_{\alpha 1} \times s_{\alpha 2} \times \cdots \times s_{\alpha m})$

对于中心企业,如果给定$(s_1^*, s_2^*, \cdots, s_m^*)$ 的条件下,有

$$U_\alpha [(s_{\alpha 1}, s_{\alpha 2}, \cdots, s_{\alpha m})^*, s_1^*, s_2^*, \cdots, s_m^*] \geq U_\alpha [(s_{\alpha 1}, s_{\alpha 2}, \cdots, s_{\alpha m}), s_1^*, s_2^*, \cdots, s_m^*] \tag{1}$$

成立;同时,对于任意对手 j,如果在给定$\{ (s_{\alpha 1}, s_{\alpha 2}, \cdots, s_{\alpha m}^*), s_1^*, s_2^*, \cdots, s_{j-1}^*, s_{j+1}^*, \cdots, s_m^* \}, j = 1,2, \cdots, m$ 的条件下,有

$$U_j [(s_{\alpha 1}, s_{\alpha 2}, \cdots, s_{\alpha m})^*, s_1^*, s_2^*, \cdots, s_j^*, \cdots, s_m^*] \geq U_j [(s_{\alpha 1}, s_{\alpha 2}, \cdots, s_{\alpha m})^*, s_1^*, s_j^*, \cdots, s_m^*] \tag{2}$$

成立.

此时的状态(式(1)和(2)同时成立)即为群博弈的 Nash 均衡.

上述定义的群博弈均衡为群博弈 Nash 均衡,当 $m = 1$,即只有一个独立博弈时,所定义的群博弈 Nash 均衡,就是独立博弈时的 Nash 均衡;当群博弈中的关系系数 $k = 0$ 时,即各独立博弈对手间没有关系,或其关系不影响群博弈时中心企业的整体效用,群博弈的系统均衡值实质上就等于相关独立博弈在博弈时所得到的 Nash 均衡的简单组合,所以群博弈系统均衡实质上是 Nash 均衡的扩展,又可称为群扩展 Nash 均衡.

2 扩展 Cournot 寡头群博弈模型及其 Nash 均衡

在经济学里的古诺(Cournot)的寡头模型,是指某市场有两家厂商,他们生产同样的产品,并垄断整个市场,有同样的需求函数.假定这两个厂商同时决定自己的产量,他们的目标都是使自己的利润达到最大.可以求得该博弈的 Nash 均衡就是一元群博弈的 Nash 均衡.现在,以一个企业同时与两个企业在不同的领域进行不同目标的完全信息静态博弈为例,来说明群博弈的特点,而且会看到,Cournot 寡头博弈模型是本文所讨论的仅含一个独立博弈的群博弈模型,即含多个独立博弈之群博弈的特例.

假设某地区有 1、2、3 三个企业,企业 1 与企业 2 生产相同的产品 A,并且垄断了该地区这种产品的市场,与此同时企业 1 与企业 3 也生产另外一种相同的产品 B,且垄断了该地区产品 B 的市场,而企业 2 和企业 3 之间无产品 A 或产品 B 在各自市场上的竞争关系,但他们之间可能存在某种与 A、B 产品无直接关系的其他关系,这个关系对企业 1 的总效用有影响,如图 3 所示:

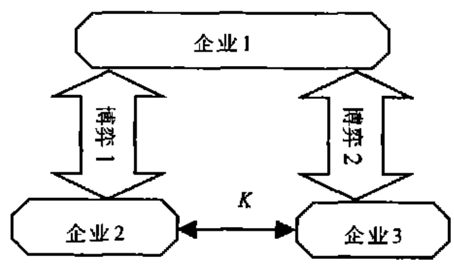

图 3 扩展 Cournot 群博弈模型图

Fig.3 Extended Cournot group - game model

企业 1、企业 2 和企业 3 同时博弈时,这三个企业如何选择各自的产量策略才能使自己的总利润最大,成了三个企业思考的重点.根据前面的定义,对于企业 1 来讲,显然这是一个中心企业 1 与对手企业 2 和对手企业 3 之间同时进行的二元群博弈问题,也可称为扩展 Cournot 群博弈模型.

设中心企业在与企业 2 进行的博弈中,选择 A 产品的产量策略为 $q_{11} \geq 0$, $q_{11} \in Q_{11}$, Q_{11}表示企业 1 关于产品 A 的产量策略空间;中心企业在与企业 3 进行的博弈 2 中,选择 B 产品的产量策略为 $q_{12} \geq 0$, $q_{12} \in Q_{12}$, Q_{12}表示企业 1 关于产品 B 的产量策略空间.由于 A、B 产品的市场单价不仅与市场上本产品的总产量密切相关,还与另一产品的总产量以及企业 2 和企业 3 之间的关系密切程度有关,因此我们可将 A、B 产品的市场单价分别设为:$p_1 = p_1(q_{11} + q_{21}, q_{12} + q_{32}, k)$ 和 $p_2 = p_2(q_{12} + q_{32}, q_{11} + q_{21}, k)$,以 $c_{12}(q_{12})$ 表示中心企业(企业 1)生产产品 B 产量为 q_{12}所需要的成本,以 $c_{32}(q_{32})$ 表示企业 3 生产产品 B 产量为 q_{32}所需的成本,以 $c_{11}(q_{11})$ 表示中心企业(企业 1)生产产品 A 产量为 q_{11}所需要的成本,以 $c_{21}(q_{21})$ 表示企业 2 生产产品 A 产量为 q_{21}所需的成本.于是可得中心企业在博弈 1 和博弈 2 中的效用函数:

$$u_{11} = [q_{11} \times p_1(q_{11} + q_{21}, q_{12} + q_{32}, k) - c_{11}(q_{11})] \tag{3}$$

$$u_{12} = [q_{12} \times p_2(q_{12} + q_{32}, q_{11} + q_{21}, k) - c_{12}(q_{12})] \tag{4}$$

于是可得中心企业在该群博弈中的总效用函数：

$$u_1 = u_{11} + u_{12} = [q_{11}p_1(q_{11} + q_{21}, q_{12} + q_{32}, k) - c_{11}(q_{11})] + [q_{12}p_2(q_{12} + p_{32}, q_{11} + q_{21}, k) - c_{12}(q_{12})] \tag{5}$$

同时得到企业 2 和企业 3 在博弈 1 和博弈 2 中的效用函数分别为：

$$u_2 = [q_{21} \times p_1(q_{11} + q_{21}, q_{12} + q_{32}, k) - c_{21}(q_{21})] \tag{6}$$

$$u_3 = [q_{32} \times p_2(q_{12} + q_{32}, q_{11} + q_{21}, k) - c_{32}(q_{32})] \tag{7}$$

设中心企业在博弈 1 和博弈 2 中的反应函数为：$R_{11}(q_{21})$ 和 $R_{12}(q_{32})$，企业 2 和企业 3 在博弈 1 和博弈 2 中的反应函数分别为：$R_2(q_{11})$ 和 $R_3(q_{12})$，由利润极大化条件可得到下列方程：

$$\partial u_{11}/\partial q_{11} = 0 \tag{8}$$

$$\partial u_{12}/\partial q_{12} = 0 \tag{9}$$

$$\partial u_2/\partial q_{21} = 0 \tag{10}$$

$$\partial u_3/\partial q_{32} = 0 \tag{11}$$

由式(8)～(11)联立可解出反应函数 $R_{11}(q_{21})$ 和 $R_2(q_{11})$，$R_{12}(q_{32})$ 和 $R_3(q_{12})$，前面两个反应函数的交点为博弈 1 的均衡点，后面两个的交点为博弈 2 的均衡点。为了更直观和便于理解，令：

$$p_1 = p_1(q_{11} + q_{21}, q_{12} + q_{32}, k) = \max\{0, a - (q_{11} + q_{21}) - k(q_{12} + q_{32})\tag{12}$$

$$p_2 = p_2(q_{12} + q_{32}, q_{11} + q_{21}, k) = \max\{0, b - (q_{12} + q_{32}) - k(q_{11} + q_{21})\tag{13}$$

其中，k 为影响系数，且 $k = [0,1]$，k 越趋近 0，表示企业 2 和企业 3 关系越疏远，当 $k = 0$ 时，企业 2 和企业 3 毫无关系，此时该群博弈退化成简单独立博弈的集合；k 越趋近 1，表示企业 2 和企业 3 间的关系越密切；当 $= 1$ 时，企业 2 和企业 3 间的关系最为紧密，形同一个人，此时的群博弈便退化成二维博弈。a 表示产品 A 在市场中的最大需求量，b 表示产品 B 在市场中的最大需求量。为了推导方便，将式(12)，(13)中所有变量的量刚都同时去掉。

再假设中心企业和企业 2 生产产品 A 的边际成本分别为常数 c_{11} 和 c_2，中心企业和企业 3 生产产品 B 的边际成本分别为常数 c_{12} 和 c_3，同时假设各企业的固定成本为零，则企业 1 和企业 2 生产 A 产品的总成本以及企业 1 和企业 3 生产 B 产品的总成本分别为：

$$c_{11}(q_{11}) = c_{11}q_{11} \tag{14}$$

$$c_{21}(q_{21}) = c_2q_{21} \tag{15}$$

$$c_{12}(q_{12}) = c_{12}q_{12} \tag{16}$$

$$c_{32}(q_{32}) = c_3q_{32} \tag{17}$$

不失一般性，设 $p_1 > 0$，$p_2 > 0$，那么将式(14)～(17)代入式(3)、(4)、(6)、(7)，可得到下列关系：

$$u_{11} = q_{11}[a - (q_{11} + q_{21}) - k(q_{12} + q_{32})] - c_{11}q_{11} \quad u_{12} = q_{12}[b - (q_{12} + q_{32}) - k(q_{11} + q_{21})] - c_{12}q_{12}$$

$$u_2 = q_{21}[a - (q_{11} + q_{21}) - k(q_{12} + q_{32})] - c_2q_{21} \quad u_3 = q_{32}[b - (q_{12} + q_{32}) - k(q_{11} + q_{21})] - c_3q_{32}$$

然后通过式(8)～(11)可得到下列线性方程组：

$$\begin{array}{l} \partial u_{11}/\partial q_{11} = -2q_{11} - kq_{12} - q_{21} - kq_{32} + a - c_{11} = 0 \\ \partial u_{12}/\partial q_{12} = -kq_{11} - 2q_{12} - kq_{21} - q_{32} + b - c_{12} = 0 \\ \partial u_2/\partial q_{21} = -q_{11} - kq_{12} - 2q_{21} - kq_{32} + a - c_2 = 0 \\ \partial u_3/\partial q_{32} = -kq_{11} - q_{12} - kq_{21} - 2q_{32} + b - c_3 = 0 \end{array} \Rightarrow \begin{cases} 2q_{11} + kq_{12} + q_{21} + kq_{32} = a - c_{11} \\ kq_{11} + 2q_{12} + kq_{21} + q_{32} = b - c_{12} \\ q_{11} + kq_{12} + 2q_{21} + kq_{32} = a - c_2 \\ kq_{11} + q_{12} + kq_{21} + 2q_{32} = b - c_3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 2 & k & 1 & k \\ k & 2 & k & 1 \\ 1 & k & 2 & k \\ k & 1 & k & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{11} \\ q_{12} \\ q_{21} \\ q_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a - c_{11} \\ b - c_{12} \\ a - c_2 \\ b - c_3 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} q_{11} \\ q_{12} \\ q_{21} \\ q_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & k & 1 & k \\ k & 2 & k & 1 \\ 1 & k & 2 & k \\ k & 1 & k & 2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} a - c_{11} \\ b - c_{12} \\ a - c_2 \\ b - c_3 \end{bmatrix}$$

这样即可求出群博弈的均衡解及均衡时的各博弈方的效用值：(q_{11}^*, q_{12}^*)，$q_{21}^*, q_{32}^*)$；u_1^*，u_2^*，u_3^*。

不妨假设在一个扩展Cournot群博弈中的参数分别为: $k = 0.5$, $a = 10$, $c_{11} = c_{12} = c_2 = c_3 = 0$, $b = 13$,将这些值代入上述相关公式中即可求出扩展Cournot群博弈的均衡解:

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} q_{11}^* \\ q_{12}^* \\ q_{21}^* \\ q_{32}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.125 \\ 3.625 \\ 2.125 \\ 3.625 \end{bmatrix}$$ 均衡时的各方的效用(总利润)为:

$$U_1{}^* = q_{11}^*[a - (q_{11}^* + q_{21}^*) - k(q_{12}^* + q_{32}^*)] + q_{12}^*[b - (q_{12}^* + q_{32}^*) - k(q_{11}^* + q_{21}^*)] = 17.66$$

$$u_{21}^* = 4.516$$

$$u_{32}^* = 13.14$$

述方法可以推广到迈克尔.波特的五力竞争模型中,如图1所示,我们称之为迈克尔.波特五元群博弈模型.

3 结 论

企业是一个智能体系,而在市场竞争中,博弈成了企业在市场中的主要生活方式,犹如一个大型战役,总是存在若干小战场,为了整个战场的有利进行,战场的布局和洞察各个战场的关系影响程度成了考察指挥官水平的关键要素.企业在进行群博弈时,采取有利于整体均衡的对策方案,对企业整体的取胜起着重要的作用.在群博弈中,由于不再是简单地与博弈对方开展独立的博弈,所以显得更加复杂多变,企业如果能在群博弈中敏捷地洞察到这种变化关系,甚至能操纵对手之间的关系,企业将处于一定的优势.当然本文的研究还是一种开端,仅仅研究了完全信息静态群博弈现象,还有许多问题需要进一步地研究.

参考文献:

[1] 谭德庆,胡培,欧阳彦昆. Bertrand双寡头多维博弈模型及均衡[J]. 西南交通大学学报,2002,37(6):698～702.

[2] Mathew Rabin. Incorporating Fairness into Game Theory and Economic[J]. The American Economic Review,1993.

[3] 张维迎. 博弈论与信息经济学[M]. 上海:三联书店,1996.

[4] DANIEL FRIEDMAN. Evolutionary Games in Economics[J]. Econometrica 59,1991.

[5] MICHIHIRO KANDORI, GEORGE [J]. MAILATH, RAFAEL ROB. Learning, Mutation, and Long Run Equilibria in Games J. Econometrica 61,1993.

[6] DIRK HELBING. Microscopic Foundation of Stochastic Games Dynamical Equations[A]. in Game Theory, Experience, Rationality[M]. Kluwer Academic Publishers,199.

[7] 俞建国.中小企业发展战略研究[M]. 北京:人民出版社,2002.

[8] 陆立军,盛世豪.科技型中小企业:环境与对策[M].北京:中国经济出版社,2002.

[9] 施锡铨. 博弈论[M]. 上海:上海财经大学出版社,2000.

[10] Guangzhong LIU, Deqing TAN(China). Multidimensional Game between Two Countries on Military, Ecomomy and Science and Technology and its Analysis[J]. Systems Science and Systems Engineering(Proceedings of ICSSSE'03) 2003,355～358.

[11] Deqing TAN, Guangzhong LIU(China). Cournot Model of Multidimensional Game with Incomplete Information and its Equilibrium Analysis[J]. Systems Science and Systems Engineering(Proceedings of ICSSSE'03) 2003,363～368.