

应力刚化及流体压缩性对混流式水轮机叶片动力特性的影响分析

陈香林¹, 张立翔¹, 闫华²

(1. 昆明理工大学 建筑工程学院, 云南 昆明 650224; 2. 中水新华灌溉技术有限公司, 北京 100053)

摘要: 根据几何非线性问题中的有限变形理论, 考虑水体的压缩性用有限元法的位移 - 压力格式及 Galerkin 法对混流式水轮机叶片 - 流体组成的流固耦合系统进行离散, 建立了考虑应力刚化影响的转轮叶片流固耦合系统的振动控制方程, 并用考虑初应力刚度的有限元法分别对整体转轮叶片及单叶片的耦合模态进行了大量计算, 详细分析了旋转离心力和水压力以及流体密度的变化对叶片动力特性的影响, 初步揭示其影响规律.

关键词: 混流式水轮机; 流固耦合; 模态分析; 有机变形理论

中图分类号: TK73 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007 - 855X(2005)06 - 0034 - 07

Dynamic Characteristic Analysis of Francis Hydro - Turbine Blades in Considering Influences of Stress Stiffness and Fluid Compressibility

CHEN Xiang-lin¹, ZHANG Lixiang¹, YAN Hua²

(1. Faculty of Civil and Architectural Engineering, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650224, China;

2. Zhongshui Xinhua Irrigation and Drain Technology Co Ltd, Beijing 100053, China)

Abstract: According to the finite deflection theory of geometric non - linear problem, a Francis hydro - turbine runner with fluid is discretized by Galerkin method, and a displacement - pressure scheme is used to consider fluid - structure interaction. The governing equations of the vibration are developed to take into account the influences of the initial stress and fluid compressibility on the dynamic characteristics of the blades. The influences of the centrifugal force, pressure and fluid compressibility on the vibration of the blades are comparatively analyzed with FEM. The results show the basic change laws of the dynamic characteristics of the blade.

Key words: Francis hydro turbine; fluid - structure interaction; modal analysis; finite deformation theory

0 引言

旋转的混流式转轮与粘性流场的相互作用不仅会激发叶片的强烈振动, 严重时还会导致叶片产生疲劳断裂、动力失稳等影响机组安全运行的事件. 因此, 研究转轮运行时叶片的振动特性对深入了解叶片的流激振动机理、避免水力共振、确保机组安全稳定运行具有重要意义.

叶片在旋转运行状态下, 其振动特性不仅受流场的影响, 还受到离心力引起的叶片应力刚化的影响. 此外, 在多相流存在的条件下, 水的密度也可能发生相应变化, 流体密度的变化也是影响叶片动力特性的重要因素. 因此, 在叶片 - 流体动力相互作用分析中, 考虑旋转离心力、压力以及流体密度的变化对叶片动力特性的影响, 并找出其影响规律, 对研究叶片的流激振动机理具有一定的理论价值和实际意义.

叶片在水中的振动问题是典型的流体 - 结构相互作用^[1]问题. 然而, 由于叶片在复杂粘性流场作用下的振动问题是一个非常复杂的多场耦合的非线性动力学问题, 迄今为止, 要真实模拟流场与叶片相互作用的内在机理及其耦合振动, 仍是一个难题.

收稿日期: 2004 - 11 - 29. **基金项目:** 国家自然科学基金重大基础研究计划项目 (项目编号: 90210005).

第一作者简介: 陈香林 (1975 ~), 男, 在读硕士研究生. 主要研究方向: 结构振动和工程计算.

流固耦合振动问题在用有限元进行数值分析时通常有两种方法可供选择^[2], 一种是结构和流体单元均采用位移矢量场格式的 Lagrange 法; 另一种是结构单元采用位移矢量场而流体单元则采用标量场格式的 Euler 法, 以压力 p 为场变量做有限元离散, 每个节点只有一个压力自由度, 计算效率较高^[3]. 文献 [4] 采用速度势描述流体, 并用位移 - 速度势格式分析了不可压缩理想流体中转轮叶片的耦合振动问题. 本文采用位移 - 压力格式考虑流体的可压缩性分别对整体转轮叶片及单个叶片在流体 - 结构相互作用下的动力特性进行了大量计算和对比分析, 并在保持结构不变的情况下, 用考虑初应力刚度的有限元法, 就离心力、水压力及流体密度对叶片动力特性的影响进行了详细分析, 结果可为流固耦合系统中叶片结构的动力响应和强度计算提供参考.

1 系统控制方程

设流体为可压缩的理想流体, 叶片为线弹性结构. 从叶片振动方程和流体压力波动方程出发, 利用 Galerkin 法对叶片 - 流体组成的耦合系统进行有限元离散, 可导出分析所需的系统控制方程. 系统基本方程及边界条件为:

$$\text{叶片} \quad \sigma_{ij} + f_i = \rho_s \ddot{u}_i \quad (1)$$

$$\text{流体} \quad p_{,ij} - \frac{1}{c_0} \dot{p} = 0 \quad (2)$$

$$\text{固体边界} \quad \sigma_{ij} n_j = \bar{T}_i, \quad u_i = \bar{u}_i \quad (3)$$

$$\text{流体边界} \quad \frac{\partial p}{\partial n} = 0 \quad (4)$$

$$\text{耦合边界} \quad \frac{\partial p}{\partial n} + \rho_f \ddot{u}_i = 0, \quad \sigma_{ij} n_j = p n_i \quad (5)$$

式中, σ_{ij} 为叶片应力张量, \ddot{u}_i 为振动加速度分量, f_i 为体积力分量, ρ_s 为叶片材料质量密度, p 为流道内动水压力, c_0 为水中声速, \bar{T}_i 为叶片已知面力分量, \bar{u}_i 为叶片已知位移分量, \ddot{u}_i 为叶片结构法向加速度, n 为边界法线方向, ρ_f 为流体质量密度. 其中流体边界条件可以用来描述转轮流道进、出口面上流体质点的运动和上冠、下环的固壁流面及周期对称面等, 在耦合面上要求法向加速度和面力保持连续. 在式 (1)、(2) 中分别引入叶片位移变分 u 和流体压力变分 p 构造系统泛函, 并在整个计算域内积分可得流固耦合系统的振动控制方程

$$\begin{bmatrix} M_s & 0 \\ \rho_f R & M_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_s & -R^T \\ 0 & K_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_s \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中, M_s 为结构质量矩阵, M_f 为流体等效质量矩阵, K_s 为结构刚度矩阵, K_f 为流体等效刚度矩阵, R 为流固耦合矩阵, F_s 为结构外载荷向量.

在耦合条件下, 为了考虑离心力和压力对叶片动力特性的影响, 可以通过在结构面上附加一个初应力刚度矩阵来实现. 为此, 根据几何非线性问题中的有限变形理论^[5], 采用 Lagrange 坐标系中的增量位能原理, 建立其相应的有限元列式, 把这些影响因素转换成叶片结构的初应力刚度矩阵, 并将其依次叠加到叶片结构的刚度矩阵上, 最后形成考虑压力和离心力作用的叶片动力学方程

$$\begin{bmatrix} M_s & 0 \\ \rho_f R & M_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_s + K_r & -R^T \\ 0 & K_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_s \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中, K_r 为初应力刚度矩阵或几何刚度矩阵. 用非对称广义 Lanczos 法对由式 (7) 所描述的耦合动力系统作特性分析, 便可得到考虑离心力和水压力及流体密度变化影响的转轮叶片动力特性.

2 数值计算及比较分析

根据叶片及流道的几何形状, 整体转轮有限元分析模型共划分了 128 856 个单元, 其中流体单元 41 808 个, 单个叶片有限元分析模型共划分了 9 912 个单元, 其中流体单元 7 200 个, 形成的整体转轮模型及单叶片分析模型如图 1、2 所示. 计算中将所有的流体单元分为两类: 一类是与转轮结构表面相接触的流

体单元,这些单元的节点具有三个位移自由度和一个压力自由度;另一类是未与转轮结构面相接触的单元,这些单元的节点只有一个压力自由度.叶片材料及流体的物理参数为:弹性模量 2.06×10^5 MPa,泊松比 0.3,叶片质量密度 7800 kg/m^3 ,水的质量密度 1000 kg/m^3 ,水中声速 1460 m/s 在计算转轮叶片组固有特性时,根据

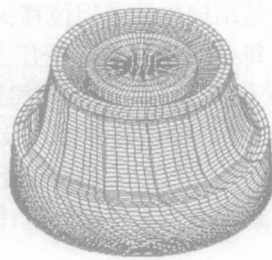


图1 整体转轮叶片流固耦合有限元分析模型

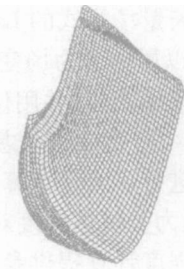


图2 单个叶片流固耦合有限元分析模型

Fig.1 FEM model of whole runner with fluid

Fig.2 FEM model of blade with fluid

转轮在运行时的受力特点,将约束加在转轮上冠与主轴法兰相连处,计算单个叶片时,约束加在叶片与上冠和下环的连接处,并定义水体单元和固体单元的耦合面及这些面上的压力、位移变量之间的关系.

2.1 动水压力的影响

对某水电站混流式水轮机整体转轮及单个叶片在水中和空气中的振动特性做了大量的计算和比较分析.计算得到的各阶频率如图3、图4所示,图5表示本文计算得到的流体对转轮的频率影响系数与文献[6]中的计算结果以及文献[7]中的实测结果的比较,图6表示本文计算得到的流体对单个叶片的频率影响系数与文献[4]中提供的三组实测结果的比较.图中 f_a 表示在空气中的固有频率, f_w 表示在水中的固有频率, $\eta = f_w / f_a$ 表示水对结构固有频率的影响系数.由计算结果可以看出:

- 1) 转轮的大多数相邻阶次的固有频率都成对出现,这是由于转轮结构和边界条件都是周期对称的,因而会出现振型和频率相同、但相位不同的振动情况,这表明了在两个正交方向上存在同一频率的两个振型.
- 2) 从图3、图4可以看出,转轮叶片在水中的固有频率较空气中有不同程度的降低.可见水对叶片固有频率的影响随转轮结构及振动形式的不同而不同.

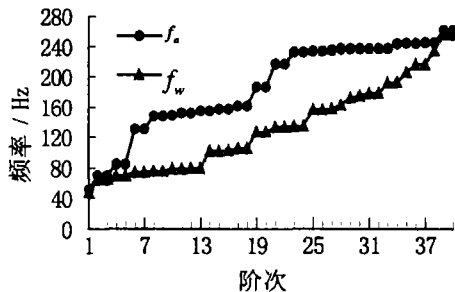


图3 转轮叶片在空气和水中的固有频率

Fig.3 Eigen frequencies in water and in air for runner blades

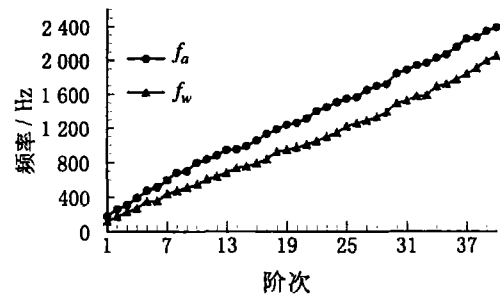


图4 单个叶片在空气和水中的固有频率

Fig.4 Eigen frequencies in water and in air for single blade

3) 由图5可知,水对转轮固有频率的影响系数普遍在 $0.51 \sim 0.95$ 之间.这与文献[6]和文献[7]给出的类似混流式转轮的计算及实验结果比较接近,同样由图6可以看出,水对叶片固有频率的影响系数普遍在 $0.68 \sim 0.80$ 之间,这与文献[4]给出的类似机组叶片的实测值比较接近.

4) 转轮在两种介质中对应阶次的前几阶振型基本相似,但随着频率的不断增高,两种介质下对应阶次的振型变得不相一致,这说明流体与转轮结构间的相互作用对不同阶次的振动的影响不同,其作用不仅会降低结构的固有频率,同时还会明显地改变叶片在相同频率下的振动特性,即在同一振动频率下会存在不同形式的振动.这与文献[8]中得出流体与结构间的交互作用不会显著地改变结构振型的结论有所不同.

5) 单个叶片的振动形式主要表现为拉伸、弯曲及弯扭振动.由于叶片出水边较薄、刚度相对较小,因而叶片较多模态振型在靠近下环和上冠的出水边处均存在一些节点或节线,特别是一些高阶振型.这些节点或节线位置是动应力较大的位置,这与叶片在运行中实际观察到的裂纹走向基本一致,部分典型振型如

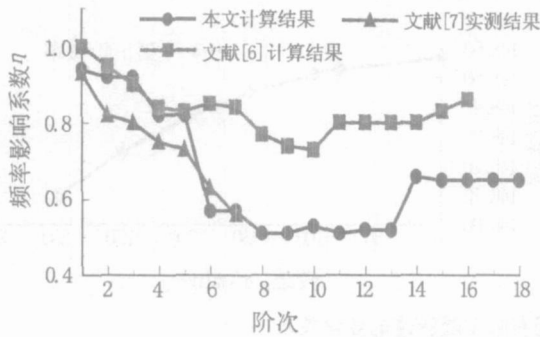


图5 水对转轮叶片固有频率的影响曲线

Fig.5 Frequency comparisons of runner blades in water

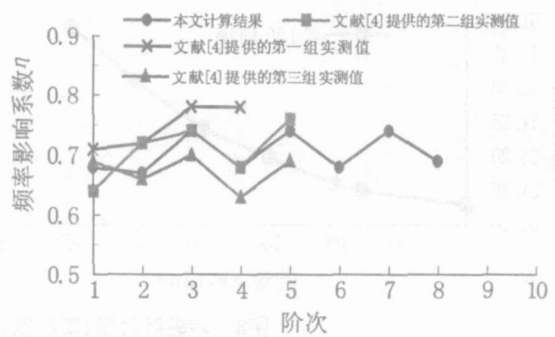


图6 水对单个叶片固有频率的影响曲线

Fig.6 Frequency comparison of single blade in water

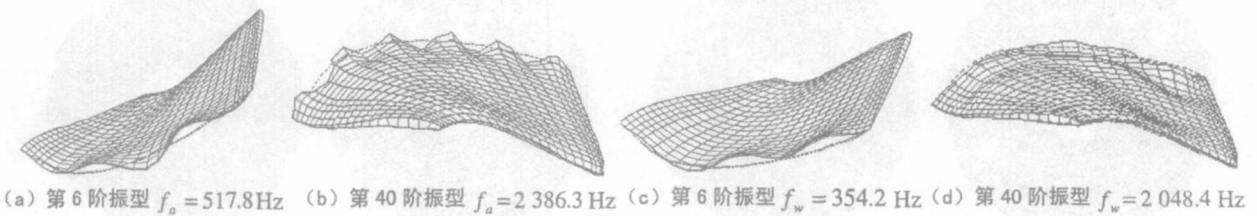


图7 单个叶片在空气和水中的振型

Fig.7 Modal shapes of single blade in water and in air

图 7 所示。

另外,从对整个转轮和单个叶片计算结果比较中可知:

1) 较柔性结构在水中的固有频率比较刚性结构在水中的固有频率降低得要小一些,如一端固定约束的转轮频率影响系数大多数在 0.51 ~ 0.78 之间,而两端固定约束的叶片频率影响系数普遍在 0.68 ~ 0.85 之间。

2) 叶片低阶固有频率比高阶固有频率降低得要大一些,如第 1 ~ 20 阶的频率影响系数一般在 0.68 ~ 0.75 之间,而第 20 ~ 40 阶的频率影响系数普遍在 0.75 ~ 0.86 之间。但整体转轮的固有频率降低程度是两头小中间大,如第 1 ~ 3 阶和第 38 ~ 40 阶的频率影响系数在 0.90 ~ 0.97 之间,而第 6 ~ 34 阶的频率影响系数在 0.51 ~ 0.76 之间。这表明整体转轮的流固耦合振动存在复杂的多场耦合振动,如存在上冠、下环、叶片和水之间的耦合振动,以及叶片与叶片之间的局部耦合振动。

总而言之,当振动频率较低时,振动形式是以转轮的整体振动为主导,即以上冠、下环和叶片之间的耦合振动为主。但是,随着频率的不断升高,转轮振动形式逐渐变为以叶片局部振动为主导,即叶片与叶片之间的耦合振动为主。叶片振动时,除了叶片本身的固有振型外,还受着上冠、下环振动的影响,从而构成了叶片振动形式的多样性和复杂性。

2.2 旋转离心力的影响

用考虑初应力刚度的有限元法对整体转轮进行不同转速下的模态分析。其中转速 分别取为 $\omega_1 = 0$ r/m in, $\omega_2 = 80$ r/m in, $\omega_3 = 100$ r/m in, $\omega_4 = 150$ r/m in, $\omega_5 = 200$ r/m in, $\omega_6 = 250$ r/m in, $\omega_7 = 300$ r/m in 计算时,首先对转轮进行静力分析,求出离心力产生的初应力及其对刚度矩阵的影响,然后在静力分析的基础上,再对转轮进行有初应力的模态分析,计算得到了各转速下转轮前 20 阶固有特性。图 8 给出了转轮第 1 阶和第 10 阶固有频率随转速的变化关系,部分典型振型比较如图 9 所示。

从计算结果可以发现: 由于离心力的影响,转轮各阶频率有所变化,但变化很小; 高转速下的低阶振型与不旋转状态下的低阶振型相比有所变化,但离心力的作用只是轻微地改变振型; 低阶频率随转速的增大而增加,但高阶频率却随转速的增大而降低。此外,其中一些振动模态比其它模态对转速的变化更为敏感。

2.3 压力的影响

采用考虑初应力刚度的有限元法计算了图 2 所示的叶片 - 流体耦合系统在不同水头下的振动特性,

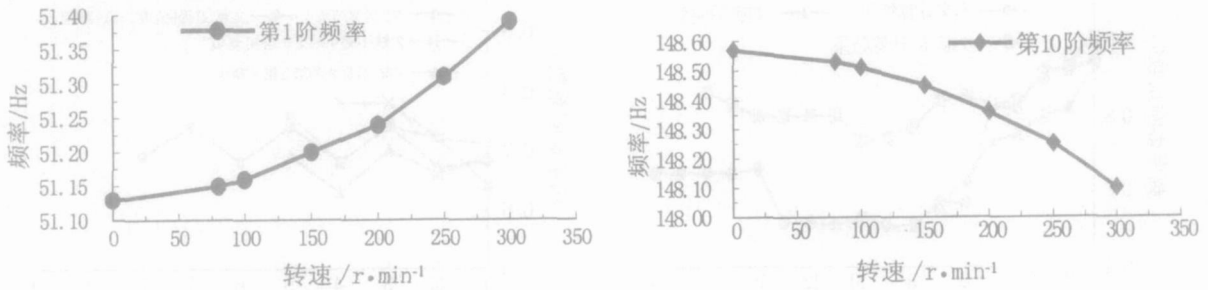


图8 转轮叶片第1阶和第10阶固有频率随转速的变化关系
Fig.8 First and tenth modal frequencies via revolutions

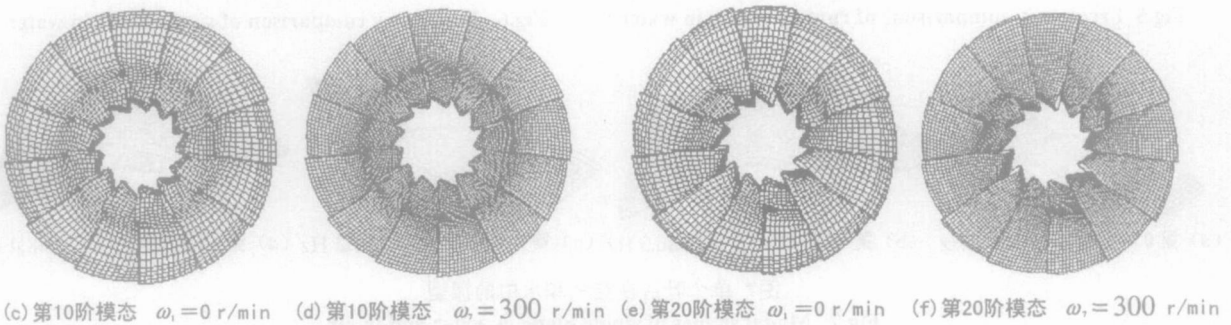


图9 转轮在两种转速下的同阶模态比较
Fig.9 Comparison of runner modal shape at revolutions

计算水头 h 分别取为 $h_0 = 0\text{ m}$, $h_1 = 100\text{ m}$, $h_2 = 150\text{ m}$, $h_3 = 200\text{ m}$, $h_4 = 500\text{ m}$, $h_5 = 1\ 000\text{ m}$. 用非对称广义 Lanczos 法计算得到的各水头下的前 12 阶固有频率见表 1, 图 10 表示单个叶片第 1、12 阶频率随水头的变化关系, 部分典型振型比较如图 11 所示.

表 1 各水头下单个叶片水中前 12 阶固有频率

Tab 1 First 12 eigen frequencies of blade in various heads

(单位: Hz)

阶次	$h_0 = 0\text{ m}$	$h_1 = 100\text{ m}$	$h_2 = 150\text{ m}$	$h_3 = 200\text{ m}$	$h_4 = 500\text{ m}$	$h_5 = 1\ 000\text{ m}$
1	121.44	121.19	121.06	120.93	120.16	118.86
2	173.87	173.51	173.33	173.15	172.08	170.26
3	228.75	228.53	228.41	228.30	227.62	226.47
4	267.36	266.98	266.80	266.62	265.51	263.65
5	352.70	352.31	352.11	351.91	350.72	348.71
6	354.15	353.79	353.61	353.44	352.38	350.63
7	439.68	439.76	439.21	439.05	438.12	436.54
8	472.91	472.55	472.37	472.19	471.10	469.27
9	507.92	507.62	507.47	507.32	506.42	504.92
10	550.88	550.62	550.49	550.37	549.60	548.33
11	607.06	606.66	606.47	606.27	605.08	603.10
12	637.73	637.28	637.06	636.84	635.50	633.27

由图 10 可知, 各阶频率随着水头的增大呈递减趋势, 但变幅不大, 且基本成线性关系, 这是由于压力引起的叶片应力使系统有效刚度降低, 从而导致叶片频率降低. 从图 11 可以看出, 压力对叶片的各阶振型影响很小, 各阶振型基本上保持不变, 只是振幅有轻微的减小.

2.4 流体密度变化的影响

为了解流体压缩性对叶片动力特性的影响, 采用改变流体密度的方式考察模态的变化, 流体密度的变化范围在 $600 \sim 1\ 400\text{ kg/m}^3$ 之间, 用非对称广义 Lanczos 法计算得到的前 10 阶频率见表 2, 同时, 为了能更加直观地看出流体密度变化对叶片各阶频率的影响大小, 图 12 给出了单个叶片第 1、10 阶固有频率随流体密度的变化关系, 各密度下第 6 阶振型的比较如图 13 所示.

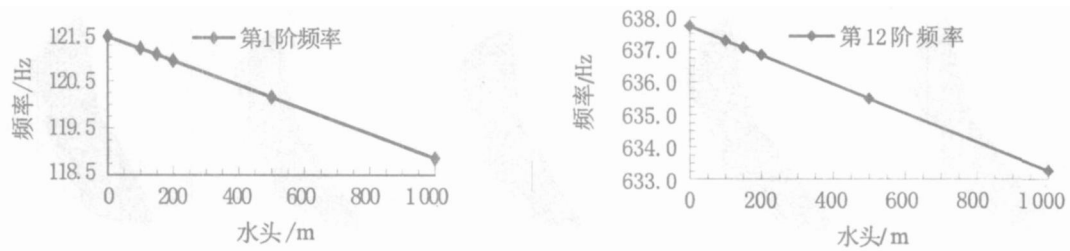


图10 单个叶片第1阶和12阶固有频率随水头的变化关系
Fig.10 First and twelveth eigen frequencies of blade via head

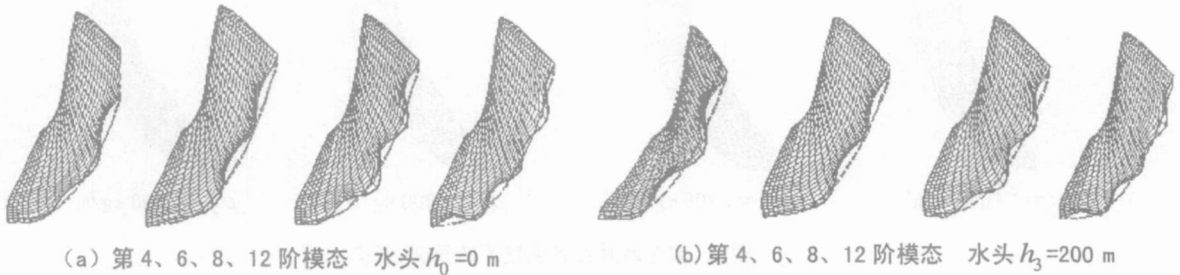


图11 单个叶片在有压和无压力情况下的模态比较
Fig.11 Modal shapes of blade with and without pressures

表 2 单个叶片在各密度下的前 10 阶固有频率

Tab 2 First ten eigen frequencies of blade in various density fluid

(单位: Hz)

阶次	600 kg/m ³	700 kg/m ³	800 kg/m ³	900 kg/m ³	1 000 kg/m ³	1100 kg/m ³	1 200 kg/m ³	1 300 kg/m ³	1 400 kg/m ³
1	136.8	132.4	128.5	124.8	121.4	118.3	115.5	112.8	110.3
2	197.3	190.6	184.5	178.9	173.9	169.2	164.9	160.9	157.2
3	253.2	246.4	240.1	234.2	228.8	223.7	218.9	214.4	210.1
4	300.7	291.2	282.5	274.6	267.4	260.7	254.5	248.7	243.3
5	390.4	380.2	370.6	361.7	352.7	343.7	335.3	327.4	320.0
6	398.8	385.8	374.0	363.3	354.2	346.2	339.0	332.2	325.8
7	487.1	473.9	461.7	450.3	439.7	429.7	420.3	411.5	403.2
8	531.5	514.8	499.5	485.6	472.9	461.1	450.2	440.1	430.6
9	567.0	550.6	535.4	521.2	507.9	495.4	483.6	472.6	462.2
10	620.2	600.1	582.1	565.7	550.9	537.2	524.6	512.9	502.1

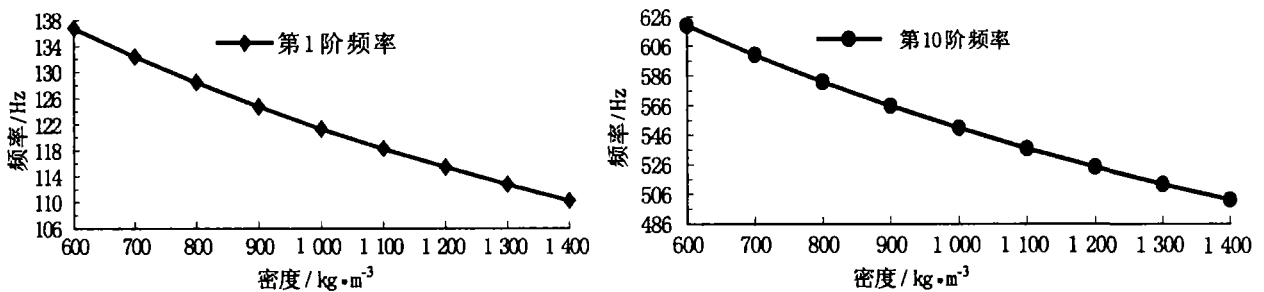
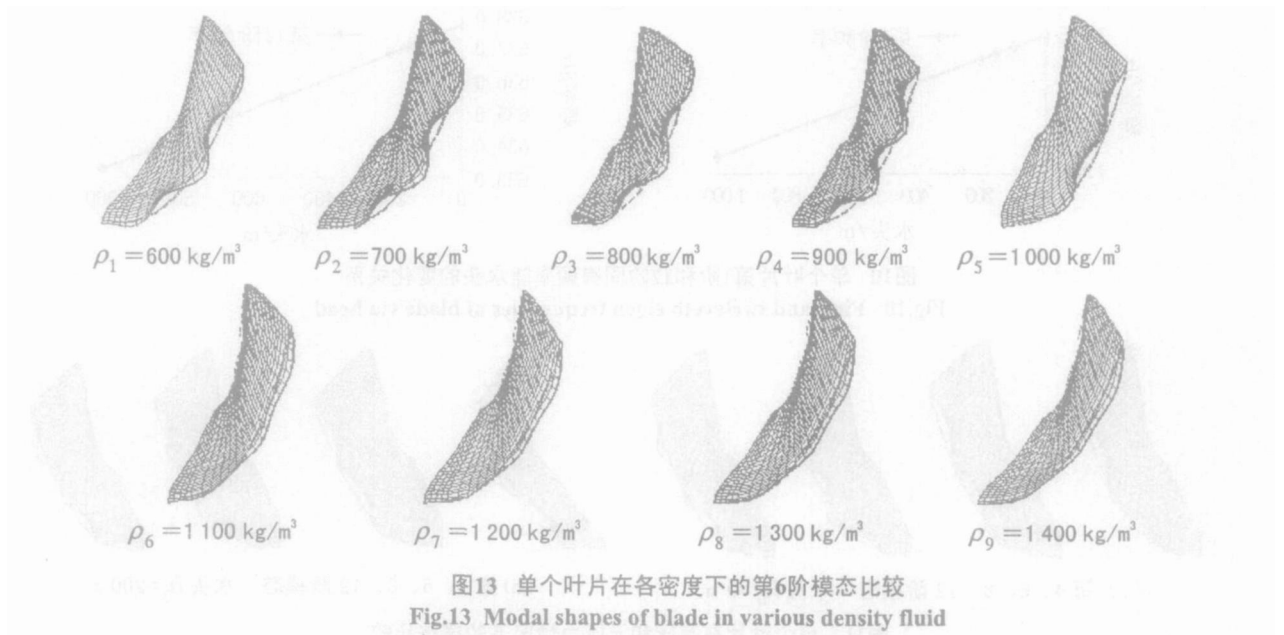


图12 单个叶片第1阶和10阶固有频率随流体密度的变化关系
Fig.12 First and tenth eigen frequencies of balde via fluid compressibility

从计算结果看到了一种预期的变化趋势,即频率随着流体密度的增大而降低,且变幅很大,例如密度在 900 ~ 1 000 kg/m³ 范围内频率可变化 2.8%。这是由于当叶片结构不变时,其振动特性只与材料参数有关,由式 (7)可知,压缩性对叶片动力特性的影响是以附加质量和附加阻尼的形式表现出来,且都因流体密度的增大而增加,因此叶片固有频率将随流体密度的增大而降低。此外,从图 13 中可以看出,密度变化的影响使各阶振型发生了明显的改变,由此表明水下叶片的动力特性对密度的变化十分敏感。因此,在研究叶片的动力特性时考虑流体密度变化的影响是有必要的。



3 结论

本文采用有限元法的位移-压力格式对混流式水轮机转轮及单个叶片流固耦合系统进行了动态特性分析,通过比较发现流体-结构的相互作用使得转轮及单个叶片的固有特性变得很复杂,在水中和空气中相应阶次的高阶振型发生了明显的变化.因此,在研究转轮叶片的动态特性时,应该考虑流体与叶片相互作用影响.此外,还发现当振动频率较低时,振动形式是以转轮整体振动为主,但叶片在出水边存在比较强烈的局部振动,而在较高频率振动时,振动形式变为以叶片局部振动为主.可见,在较宽的干扰频率带内,均有可能诱发出叶片的强烈共振,因此,在研究叶片的动力特性时,除了要考虑转轮的整体特性外,还应针对单个叶片的局部特性进行全面动力分析.计算表明,由于离心力和压力所产生的初应力对大型混流式叶片的动力特性影响较小,在实际工程设计中可以不考虑其影响,但为了更精确、更透彻地了解运行状态下叶片的动态特性,研究离心力和压力等因素所产生的初应力的影响,具有一定的参考价值.叶片的动力特性对流体密度的变化十分敏感,密度变化不仅使叶片各阶固有频率产生大幅度的降低,还使叶片各阶振型发生了明显的改变.因此,研究叶片的动力特性时应该考虑流体密度变化的影响.

参考文献:

- [1] 张立翔,杨柯. 流体结构互动理论及其应用 [M]. 北京:科学出版社,2004. 25~33.
- [2] 邢景棠,周盛,崔尔杰. 流固耦合力学概述 [J]. 力学进展,1997,27(1): 19~38.
- [3] 王勰成. 有限单元法 [M]. 北京:清华大学出版社,2003. 524~543.
- [4] 王正伟. 考虑液固耦合作用的水轮机叶片动力特性分析: [博士学位论文] [D]. 清华大学水利水电工程,1996.
- [5] 刘正兴,孙雁,谢守国. 计算固体力学 [M]. 上海:上海交通大学出版社,2000. 236~253.
- [6] 杜建镇,何世江,王勰成. 水轮机转轮叶片系统动力分析 [J]. 清华大学学报(自然科学版),1998,(38): 68~75.
- [7] 程德林,郑效忠,等. 混流式水轮机转轮水下固有振动的研究 [J]. 大电机技术,1983,(6): 36~43.
- [8] M. 塞纳,等. 混流式水轮机转轮的动力特性改进 [J]. 水力发电与大坝(胡应德译),1999,(1): 90~95.