杨氏模量实验测量结果的不确定度评定

黄仕华,陈永安,王秀花,龚玉兰,贾友见
(昆明理工大学 理学院,云南 昆明 650051)

摘要: 介绍了测量不确定度的基本概念,以及结合大学物理实验教学作适当简化后的不确定度的计算方法,最后分析了杨氏弹性模量测定实验测量结果的不确定度.

关键词: 测量不确定度;扩展不确定度;杨氏弹性模量测定实验

中图分类号:O4-33;O241.1　　**文献标识码**: A　　**文章编号**:1007-855X(2001)02-111-04

0 引言

众所周知,任何测量都不可能绝对准确,都必然存在误差,然而误差值不可能准确知道.为了避免用传统误差体系的概念表示测量结果可能引起的不足,国际计量局(BIPM)在1980年提出了关于表述测量不确定的建议书INC-1(1980).经过十多年的改进和完善,国际标准化组织(ISO)等7个国际组织在1993年联合颁布了《测量不确定度表示指南》,这使得不确定体系进入了日趋完善、全面推广的新阶段.因此,近年来在国外科技文献中,在讨论测量结果的误差时都已采用了测量不确定来表示.大学物理实验的教学内容应该反映学科发展的新动向,因而,在教学过程中我们逐渐引入了测量不确定度体系来替代传统的误差体系,并考虑到我校学生的实际情况,作了适当的简化.

1 测量不确定度的一般概述

一般来说,测量方法的缺陷导致测量结果出现误差.从传统意义上讲,误差可视为由两个分量组成,即随机误差和系统误差.随机误差是由于未意料到的变化或影响量的随时间和空间变化所致,这种变化的影响导致被测量重复测值的变化.测量结果的随机误差不能借助修正进行补偿,但可以通过增加观测次数而减少.按传统来讲,一系列观测值的算术平均的实验标准偏差就是平均的随机误差,但目前尚无法知道由于上述影响产生的平均值误差的确切值.系统误差如随机误差一样也不能消除,但通常可以减少.同样,通常不可能确切掌握由于系统误差影响的补偿不理想而产生的误差.鉴于上述理由,误差是一种理想化的概念,不能确切知道.

由于观测值的随机变化(随机影响)、系统影响修正值的不适当确定以及对某些物理现象的不完全了解,致使复现量的测量不尽完美,因此,修正的测量结果不是被测量值.无论是复现量的值还是被测量的值都不可能准确知道,能够知道的只是它们的估计值.

根据上述理由,用测量不确定度这一概念来替代传统的误差概念.按照GB/T19022.1国家标准规定,测量不确定度是指"通常按给定的似然估计,表征被测量的真值所处的量值范围的评定结果",这里所指的"似然估计"是指通过测量得出的不确定度的置信水平.测量不确定度未必是测量结果接近于被测量值近似的指示值,它仅为接近于与目前可用的知识相符的最佳值近似性的估计.因此,不确定度表达这样一个事实,即对于一个已知被测量及其测量结果而言,分散在四周的不是一个值,而是无数个值,这些值与所有的观测值、数据及一个人对物理世界的了解完全相符,而具有不同程度可靠性的值被认为是测量造成的.故此,我们由理由认为用不确定度来表征测量结果比用传统的误差更合理,更能反映测量的真实结果.

测量不确定度一般包括许多分量.某些分量可根据系列测量结果的统计分布算出,并用实验标准偏差表征,这种叫做A类不确定度.其他一些分量用非统计方法评定,也可用标准偏差表征,这种叫做B类不确定度.A,B两类不确定度合成后乘以覆盖因子,得到扩展不确定度,即总的不确定度.

收稿日期:2000-11-15;
第一作者简介:黄仕华(1967.9～),男,理学硕士;主要研究方向:固体光散射与材料生长.

1.1 A类不确定度

若被测量y与n个可测量$x_1, x_2, \cdots, x_n$间存在联系$y = f(x_1, x_2, ..., x_n)$，则上述每个可测量$q$在相同条件下可得到$n$个独立观测值$q_i$，则可测量的标准差为$S(q_i) = \sqrt{\frac{\Sigma(q_i - \bar{q})^2}{n-1}}$，可测量$q$的最佳估计值$\bar{q}$的A类不确定度$U_A(\bar{q})$为$\frac{t_p}{\sqrt{n}} S(q_i)$，式中$t_p$是与一定的置信概率$P$相联系的置信因子，可查表得到．大多数工科物理实验测量次数一般都不大于10次，且P通常取0.95，则$U_A(\bar{q})$可以取下列近似值为$S(q_i)$．

1.2 B类不确定度

对于不能重复测量的被测量x_i，则可用有关x_i可能变化的全部信息（包括以前的测量数据、有关材料和仪器性能的掌握、制造说明书、校准提供的数据、手册给出的参考数据的不确定度）进行判断，计算出标准不确定度$U(x_i)$，有时把用这种方法估计的$U(x_i)$叫B类不确定度．对于工科学生来说，一般只要求考虑仪器误差的影响作为B类不确定度分量．若B类分量的最大误差限为Δ，则B类不确定度$U_B(x_i)$为$k_p \frac{\Delta}{C}$，式中k_p为置信因子，C为置信系数．若仪器误差分布在$[-\Delta, +\Delta]$之间的机率相同，或者是分布不明确，则C取$\sqrt{3}$．如果置信概率P通常取0.95，k_p近似取2，因此，$U_B(x_i) = \frac{2}{\sqrt{3}} \Delta_{仪}$．

1.3 合成不确定度

如果$y = f(x_1, x_2, ..., x_n)$中各$x_i$无关联，则$y$的合成不确定度为$\sqrt{\sum_i^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 U^2(x_i)}$，式中$U(x_i)$为$x_i$的A类或B类不确定度分量．

1.4 扩展不确定度

在一些实际测量中，要求置信概率放大，使被测量值以高概率落在其相应的置信区间，为此扩展不确定度是用合成不确定度$U_c(y)$乘以覆盖因子得到，即$U = kU_c(y)$，k通常取2．

2 杨氏模量实验的测量结果的不确定度分析

本实验采用拉伸法测定钢丝的杨氏弹性模量，在外力（增加或减少砝码）的作用下，钢丝会发生微小的形变，这种形变由光的杠杆原理测得．钢丝的杨氏弹性模量Y由下式可以求得

$$Y = \frac{8FLD}{\pi \Phi^2 l \Delta X}$$

其中F为所加的砝码重量kmg（k为砝码个数，m为每个砝码的质量），L为钢丝原长，Φ为钢丝直经，l为光杠杆常数，D为光杠杆镜面到标尺面的距离，ΔX为钢丝负荷kmg时从望远镜中观察到的钢丝形变量．

本实验在相同条件下对钢丝直径Φ和望远镜中观察到的钢丝的形变量ΔX进行了多次测量，重力加速度g由实验室给出，其他的量只进行了单次测量．下面我们来分析本实验测量结果的不确定度．

2.1 钢丝直径 Φ 的不确定度 $U(\Phi)$

$U(\Phi)$的A类不确定度分量为

$$U_A(\Phi) = S(\Phi_i) = \sqrt{\frac{\sum(\Phi_i - \bar{\Phi})^2}{(7-1)}} = 0.005\,6\ (\mathrm{mm}) \qquad (P = 0.95, n = 7)$$

本实验用的千分尺为测量范围为0～25 mm的一级千分尺，根据国家计量标准，其误差限为±0.004 mm，则$U(\Phi)$的B类不确定度分量为

$$U_B(\Phi)=\frac{2}{\sqrt{3}}\Delta_{仪}=\frac{2}{\sqrt{3}}\times 0.004=0.0046\ (\mathrm{mm})$$

因此, 钢丝直径Φ的不确定度为

$$U(\Phi)=\sqrt{U_A^2(\Phi)+U_B^2(\Phi)}=\sqrt{0.0056^2+0.0046^2}=0.0073\ (\mathrm{mm})$$

2.2　望远镜中观察到的钢丝形变量ΔX的不确定度$U(\Delta X)$

设每次钢丝挂有不同数量的砝码时, 望远镜中观察到标尺的刻度值为$X_1,X_2,\cdots,X_{12}$, 则钢丝形变量ΔX是采用逐差法处理而得到的,

$$\Delta X_i=X_{i+6}-X_i \qquad (i=1,2,\cdots,6)$$

ΔX的 A 类不确定度分量$U(\Delta X)$为

$$U_A(\Delta X)=S(\Delta X_i)=\sqrt{\frac{\sum\left(\Delta X_i-\overline{\Delta X}\right)^2}{6-1}}=0.14\ (\mathrm{mm}) \qquad (P=0.95,n=6)$$

ΔX的 B 类不确定度分量$U_B(\Delta X)$主要由标尺的仪器误差限决定, 根据国家计量标准规定, 在量程为 300 mm 以下时, 钢直尺的仪器示值误差为$\pm 0.10\ \mathrm{mm}$, 则

$$U_B(\Delta X)=\frac{2}{\sqrt{3}}\Delta_{仪}=0.12\ (\mathrm{mm})$$

因此, ΔX的不确定度为

$$U(\Delta \mathrm{X})=\sqrt{U_A^2(\Delta X)+U_B^2(\Delta X)}=0.19\ (\mathrm{mm})$$

2.3　杨氏模量 Y表达式中 F, L, D, I的不确定度

1）钢丝所受外力F为所加砝码的重量$(F=mg)$, m和g的示值及误差限由实验室给定.

$$m=(0.500\pm 0.001)\ \mathrm{kg} \qquad g=(9.784\pm 0.004)\ \mathrm{N/kg} \quad (昆明)$$

因此, m和g的不确定度主要由 B 类不确定分量决定, 故

$$U(m)=U_B(m)=\frac{2}{\sqrt{3}}\Delta_{仪}=\frac{2}{\sqrt{3}}\times 0.001=0.0012\ (\mathrm{kg})$$

$$U(g)=U_B(g)=\frac{2}{\sqrt{3}}\Delta_{仪}=\frac{2}{\sqrt{3}}\times 0.004=0.0046\ (\mathrm{N/kg})$$

2）钢丝的原长度L和光杠杆镜面到标尺面的距离D都是由钢卷尺（II 级, 量程 2 m）单次测得, 根据国家计量有关标准规定, $\Delta_{仪}=0.7\ \mathrm{mm}$ $(1\ \mathrm{m}<L、D<2\ \mathrm{m})$, 故

$$U(L)=U(D)=\frac{2}{\sqrt{3}}\Delta_{仪}=0.81\ (\mathrm{mm})$$

3）光杠杆常数l是这样测得的, 把平面镜的三个支架印在白纸上, 再用 50 分度的游标卡尺（量程 $300\ \mathrm{mm}, \Delta_{仪}=0.02\ \mathrm{mm}$）单次测得. 故

$$U(l)=\frac{2}{\sqrt{3}}\Delta_{仪}=0.023\ (\mathrm{mm})$$

2.4　杨氏模量 Y的合成不确定度 $U_C(Y)$

为了计算的方便, 先把Y表达式中$m,g,L,D,\Phi,l,\Delta X$的最佳值计算出来, 计算出Y和相对合成不确定度E_Y, 再求出Y的合成不确定度$U_C(Y)$

$$U_C(Y)=E_Y\cdot Y=Y\cdot\sqrt{\left(\frac{U(m)}{m}\right)^2+\left(\frac{U(g)}{g}\right)^2+\left(\frac{U(L)}{L}\right)^2+\left(\frac{U(D)}{D}\right)^2+\left(\frac{2U(\Phi)}{\Phi}\right)^2+\left(\frac{U(l)}{l}\right)^2+\left(\frac{U(\Delta X)}{\Delta X}\right)^2}$$
$$=(2.019\times 10^{11})\times 1.9\times 10^{-2}\approx 0.038\times 10^{11}\ (\mathrm{N/m^2})$$

2.5 杨氏模量 Y的扩展不确定度 $U(Y)$

$$U(Y)=k_p U_C(Y)\approx 2\times 0.038\times 10^{11}\approx 0.08\times 10^{11}\ \ (\mathrm{N/m^2})$$

因此,本实验测量结果应表示为

$$Y=(2.02\pm 0.08)\times 10^{11}\ \ (\mathrm{N/m^2})$$

3 结论

在扬氏弹性模量Y测定的实验中,我们分析了Y的不确定度的各个分量,给出了Y的扩展不确定度,最后得到扬氏弹性模量Y的测量结果为

$$Y=(2.02\pm 0.08)\times 10^{11}\ \ (\mathrm{N/m^2})$$

从上述计算可以看出,Y的合成不确定度$U_C(Y)$主要由钢丝的直径Φ和从望远镜中观察到的钢丝的变量ΔX的不确定度决定.因此,要减少Y的不确定度,主要是要减少Φ和ΔX的不确定度.

参考文献:

[1] 刘智敏.不确定度原理[M].北京:中国计量出版社,1993.45.

[2] 朱鹤年.物理实验研究[M].北京:清华大学出版社,1994.121.

[3] 国家技术监督局标准化司、计量司组.测量设备的计量确认体系宣贯指南[M].北京:中国计量出版社,1995.57.

[4] BIPM,IEC,IFO,ISO,IUPAP,OIPAP,DIML. Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement ISO[M].1993.23,192.

[5] 国家标准计量局.国家计量技术规范JJG1027-91测量误差及数据处理(试行)[M].北京:中国计量出版社,1992.81.

[6] 赵青生,吕卫星,赵学民.大学物理实验[M].合肥:中国科学技术大学出版社,1993.67.

[7] 原云南工业大学物理实验室,陈永安.物理实验[M].昆明:昆明理工大学出版社,2000.63.

The Uncertainty of Measurement Results in Young's Modulus Experiment

HUANG Shi-hua, CHENG Yong-an, WANG Xiu-hua, GONG Yu-lan, JIA You-jian

(The Faculty of Science, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650051, China)

Abstract: The basic concepts of uncertainty in measurement are introduced. Dealing with teaching of college physics experiment, the simplified mode of uncertainty is given. The uncertainty of measurement results in Young's elastic modulus measurement experiment is analysed.

Key words: uncertainty in measurement; expanded uncertainty; Young's elastic modulus measurement experiment