

桥梁振动特性的计算和探讨

宁晓骏, 李睿, 叶燎原, 周亦唐

(昆明理工大学 建筑工程学院, 云南 昆明 650224)

摘要 在采用有限元对桥梁进行结构分析时, 准确地确定桥梁的振动特性是非常重要的. 本文简要地介绍了计算桥梁振动特性的方法, 并详细介绍了如何简便地考虑桩土的作用. 通过对计算的结果与实测的结果比较, 证实了本文给出的计算方法的准确性可以满足工程的要求.

关键词: 桥梁; 有限元; 振动特性; 桩土作用

中图分类号: TU31 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007 - 855X(2002)01 - 065 - 04

0 引言

桥梁结构的几何形状、荷载条件、边界条件、材料性质等是很复杂的, 在对桥梁进行结构分析时, 通常不能得出理论结果. 有限元法是众所周知的计算复杂结构的有效方法.

一个复杂的结构, 可以将它划分为许多单元. 每一个单元的主要力学性质(应力、应变、位移等)都可以由这单元边角上节点的位移来描述. 因此整个结构的力学性质可以由所有节点的位移来描述. 显然首先必须研究如何将单元的力学性质用它边角的节点位移表示, 也就是建立单元的刚度矩阵. 对于动力问题还必须建立质量矩阵和阻尼矩阵.

工程中采取的阻尼一般为瑞利阻尼, 而确定瑞利阻尼必须先求出桥梁的频率, 下文中会有简要介绍. 因此, 计算和研究桥梁的振动特性是非常必要的.

根据桥梁结构的特点和计算上的方便, 对于一般桥梁或刚构桥而言, 选取的单元为等截面的空间梁单元. 对于变截面的桥梁, 可以近似简化为分段等截面. 本文所附算例表明, 由此带来的误差是工程所能允许的. 为了计入地基的影响, 本文采取将桩周的土近似用弹簧来等效.

2 桥梁动力分析有限元法

通常情况下, 不考虑梁单元的翘曲变形和畸变, 梁单元的两个节点各有 6 个自由度, 它们分别对应于三个线位移和三个角位移. 故此梁单元的刚度矩阵为 12×12 的矩阵.

由一般杆系有限元的文献中可以查得梁单元的刚度矩阵. 在进行结构动力分析时, 还需要建立结构的质量矩阵. 根据研究的需要, 一般有集中质量矩阵和一致质量矩阵.

集中质量法是把连续分布的质量按照某种原则集中到单元的节点上, 联系各个节点的部分则认为只保持原有的弹性模型而不具备任何质量. 这样避免了单元节点位移之间的动力耦合, 得到的单元质量矩阵对角矩阵. 集中质量矩阵不一定正定, 但计算较为简单, 所需存储量也少. 使用集中质量矩阵会使结构物的固有频率降低.

在建立单元刚度矩阵时, 是用节点位移通过形函数来描述单元内各点的位移. 同样可以采用插值函数来用节点各位移方向的加速度来描述单元内每点各方向的加速度. 一致质量法的名称就是指的加速度插值函数取为和建立刚度矩阵时相同的插值函数.

将分布惯性力换算为等价节点荷载的方法, 一般是根据最小势能原理, 用变分法计算, 将惯性力虚功计入外力虚功中去.

收稿日期: 2001 - 0 - 11;

第一作者简介: 宁晓骏, 男, 1971 年生, 博士, 副教授; 主要研究方向: 桥梁工程.

一致质量矩阵是对称正定的. 采用一致质量矩阵可以得到更精确的振型. 若采用协调单元, 还可以得出这样的结论: 频率的计算值是结构物真实频率的上界^[1].

影响结构阻尼的因素较多, 一般难以精确描述. 在工程实际应用中, 常常采用瑞利 (Rayleigh) 比例阻尼的假定, 即将粘性阻尼矩阵 [C] 写成质量矩阵 [M] 和刚度矩阵 [K] 的线性组合形式:

$$[C] = [M] + [K] \tag{1}$$

式(1)中, α, β 为常数, 需由试验确定. α, β 与单元材质、环境、截面形状等条件有关. 根据文献^[5]介绍, α, β 可由结构物的两个振型阻尼比和相应的自振频率近似表示:

$$\begin{aligned} &= 2 \left[\frac{-i}{i} - \frac{-i}{j} \right] / \left[\frac{1}{\omega_i^2} - \frac{1}{\omega_j^2} \right]} \\ &= 2(\zeta_j \omega_j - \zeta_i \omega_i) / (\omega_j^2 - \omega_i^2) \end{aligned} \tag{2}$$

式中 ζ_i, ω_i 为第 i 振型的阻尼比和自振频率. 一般情况下, ω_i, ω_j 取前面较小的两个频率. ζ_i, ζ_j 是这两个频率的对应的阻尼比. 低阶频率对应的阻尼比通常可取为 2% ~ 5%.

3 桥梁自振特性的求解

由于本文采取的阻尼为瑞利阻尼, 由(2)式知要求 [C] 必须先求出桥梁的频率. 我们知道最一般的结构动力方程为:

$$[K]\{u\} + [M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} = \{F\} \tag{3}$$

求结构物的自振特性时, 常忽略阻尼的影响. 令 [C] = 0, {F} = 0 则得到结构的无阻尼自由振动方程:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = 0 \tag{4}$$

其特征方程(即频率方程)为:

$$\det([K] - \omega^2[M]) = 0 \tag{5}$$

求解(5)的方法比较多, 常用的有瑞利 ~ 李兹法、广义雅可比法和子空间迭代法. 瑞利 ~ 李兹法是 n 维矢量空间 V_n 的一个已知子空间中, 寻找瑞利商的驻值点(即近似特征向量)和相应的驻值(即相应的近似特征值). 对于简单的结构, 选取合适的初始子空间比较容易, 瑞利 ~ 李兹法可以得到很好的近似解. 但是对于大型的复杂结构系统, 选取合适的初始子空间并不容易. 广义雅可比法计算的最终结果是得到特征值问题的全部特征值和特征向量, 这对大型结构不太适用. 对于求解大型结构的特征值问题, 目前常用的是子空间迭代法, 它可以直接计算得到所需要的几个特征值, 不必得到全部特征值.

子空间迭代法是瑞利 ~ 李兹法和逆迭代法的联合, 故又称为联合迭代法. 它是目前求解大型稀疏带状矩阵特征问题的有效方法之一. 子空间迭代法的特点是利用瑞利 ~ 李兹法变换, 将高阶方程投影到一个低维空间(即子空间)中, 在子空间内求解一个低阶的广义特征方程, 并以求出的低阶特征矢量返回到原方程的一组正交基, 然后以逆迭代的形式同时迭代, 即修正李兹法, 使其构成的低维空间接近于原方程中最小的一组特征值对应的特征矢量构成的低维空间, 原方程在这个近似的空间中就能求近似的低阶特征值. 整个过程就是在矢量的同时迭代和子空间内求解低阶广义特征方程这两方面交替进行, 反复迭代而不断逼近真实解, 最后求出的就是原高阶方程的最低的一组特征值的近似值. 可以按任意精度逼近精确振型. 子空间迭代法的具体求解步骤可查有关文献^[1].

4 桩土动作用的考虑

在现代大跨度桥梁中, 桩基是应用非常广泛的. 但是在计算桥梁自振特性时, 考虑柱 ~ 土 ~ 结构相互作用的不多, 大部分是将桥墩的基础视为固结于地基土内某一深度处. 这种方法计算起来比较简便, 但与

实际情况不符合。由于地基不是刚性的,基础周围土的变形对桥墩的振动会有一定程度的影响。

本文在计算中参照了有关文献^[2,3],选取目前被国内外广泛采用的质-弹阻理论,即集中质量法。其基本方法是将桥梁上部结构多质点体系和桩-土的多质点体系联合为一个整体,建立整体耦联的微分方程组求解。这种方法将桩-土体系的质量按一定的厚度简化并集中为一系列质点,离散为一理想化的参数系统。用弹簧和阻尼器模拟土介质的动力性质,形成一个地下部分的多质点体系。

本文在考虑桩-土-结构共同作用时,在力学上作的处理方法为:

1) 假定土介质是线弹性的连续介质,桩周土的约束作用用双向水平弹簧来描述。其等代土弹簧杆单元的刚度由土介质的动力 m 值计算^[4]。

定义:
$$z_x = m \cdot z \cdot x_z \quad (6)$$

式中: z_x ——土体对桩的横向抗力;

z ——土层的厚度;

x_z ——桩在深度 z 处的横向位移;

m ——地基土的比例系数 T/m^4

2) 等代土弹簧的刚度 K_s 为:

$$K_s = \frac{P_s}{x_s} = \frac{A_{z_x}}{x_z} = \frac{(a \cdot b_p)(m \cdot z \cdot x_z)}{x_z} = ab_p m z \quad (7)$$

式中: a ——土弹簧所取代的土层厚度;

b_p ——该土层垂直于计算模型所在平面方向的宽度,按规范的有关规定取值。

3) 在计算力学模型中,等代土弹簧单元用二力杆表示,弹性模量 E 取上部结构主要单元值。通常等代土弹簧长度取为 1。由刚度相等的原则,可求出等代土弹簧的等效面积:

$$F = \frac{m \cdot z \cdot a \cdot b_p}{E} \quad (8)$$

4) 按集中质量法考虑桩-土-结构动力相互作用时,应考虑桩周围参于振动的土附加质量。附加质量不是个常数,它与桩的变形有关。可以采用近似方法进行估计^[1,3],桩单位长度附加质量为:

$$m_a = C_m \cdot r_0^2 \quad (9)$$

式中: C_m ——附加质量系数,工程上常用桩径范围内的侧向附加质量系数可取 3.0。

——土的密度

r_0 ——桩径。

5) 桩-土的阻尼系数仍采用瑞利形式,即 $[C] = [M] + [K]$ 。

本文在计算算例(广深准高速线石龙大桥)时,以一根梁单元代表群桩,单元特性为群桩特性。计算 K_s 时,因缺乏当地动力测试数据,地基土的比例系数 m 取静态系数的 3 倍即为 $3000 T/m^4$ 。

用集中质量法考虑-土-结构相互作用比较简单,易于编程。如令空间梁单元刚度矩阵中 I_x, I_y, I_z 为 0,就可得到土弹簧(杆单元)的刚度矩阵。但是该法有不少缺陷,如用桩的静刚度代替桩的动刚度,土的动力参数试验数据不足。但在计算桥梁自振特性时,桩-土-结构动力相互作用即使考虑的较为简单其计算精度亦可满意,文中的算例证实这一点。

5 算例和分析

为了验证以上建立的理论计算模型和编制的程序,本文采用理论计算和实测记录相比较的验证方法。

广深准高速线铁路线上的石龙大桥是一座 $40 m + 3 m \times 72 m + 40 m$ 的双线连续预应力混凝土桥。铁道部科学研究院铁路建设研究所对该桥的自振频率进行了实测。

由于考虑了土对桩的约束作用,结构的刚度增大,故计算频率应该增大。从表 1 看,实际计算结果与理

论上一致,同时很明显可以看出考虑土对桩的作用后,计算频率与实测频率更接近.

从表 1 还可以发现,计算频率比实测频率密集得多,这可能与实测布点较少仅能反映几个主要振型和频率有关.此外,在计算时对结构特性模拟不可能完全准确会造成一些误差.

对比试测值和计算值,可以发现,无论从定性还是定量上来看,计算结果和实测结果的规律是一致的.由于理论计算对实际结构作了一些简化,因此结果有一定误差是正确的.

表 1 石龙大桥的自振频率及误差 (单位 Hz)

阶次	1	2	3	4	5	6	7
振型特点	纵向	竖向	竖向	横向	横向	横向	竖向
实测频率		1.563		2.441			2.929
计算频率	考虑土作用	1.125	1.471 = 5.89 %	2.256	2.485 = 1.80 %	2.669	2.876 = 2.39 %
	不考虑土作用	0.834	1.422 = 9.02 %	1.983	2.099 = 14.01 %	2.174	2.325 = 20.62 %

参考文献:

[1] 丁浩江等. 弹性和塑性力学中的有限元法[M]. 北京:机械工业出版社,1989. 130.
 [2] 郑史雄. 长大跨度桥梁的地震反应分析[D]:[博士学位论文]. 成都:西南交通大学土木学院,1996:
 [3] 刘高. 大跨度斜拉板桥自振特性及地震反应分析[D]:[硕士学位论文]. 成都:西南交通大学土木学院,1997:
 [4] 公路桥涵地基与基础设计规范[M]:北京:人民交通出版社,1989. 66 ~ 78.
 [5] 胡聿贤. 地震工程学[M]. 北京:地震出版社,1988. 262 ~ 266.

Calculation and Research of Self - Vibration of Bridge

LING Xiao - jun, LI Rui, YE Liao - yuan, ZHOU Yi - tang

(Faculty of Architectural Engineering, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650093, China)

Abstract It is very important to get accurate self - vibration frequency when analyzing bridge structure with FEA. The method of calculating self - vibration frequency of bridge is introduced briefly. Bounding action of soil around the pile is considered in calculating. The validity of this method is convinced by comparing the result of calculating and measuring.

Key words: bridge FEA ; self - vibration ; bounding action of soil around the pile