

模糊型网络计划完工概率的计算和仿真

胡海波, 刘志杰

(大连理工大学 土木工程学院, 辽宁 大连 116023)

摘要: 利用模糊数学中 λ -截集概念, 基于模糊事件概率的普通事件概率表示方法, 将模糊数学问题转化为普通数学问题求解, 得到了模糊型网络计划完工概率的计算方法. 同时给出了数字仿真模拟步骤.

关键词: 模糊完工概率; 数字仿真; 模糊网络; 网络计划技术

中图分类号: TU 712 TP393 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-855X(2005)03-0085-04

Calculation and Simulation of Completion Probability in Fuzzy Network Project

HU Hai-bo LU Zhijie

(School of Civil Engineering Dalian University of Technology, Dalian 116023, China)

Abstract Using the concept of λ -cut set and general event probability, a calculation method of the completion probability in fuzzy network project is put forward. The procedure of digital simulation is then pointed out.

Key words fuzzy completion probability; digital simulation; fuzzy network; network project technique

0 引言

随着对工程项目网络计划研究的逐步深入, 模糊型网络计划越来越受到人们的关注, 相关文献很多. 但是, 对模糊型网络完工概率问题的研究却并不充分, 而完工的可能性多少、完工的风险多大是确定工程计划工期的重要依据. 本文对此进行探讨, 以寻求其规律和方法.

1 模糊型网络计划

1.1 模糊型网络计划

对于影响因素较多的工作, 要估计其概率分布非常困难, 新型工程、大型工程更是如此. 这时可以利用专家的知识经验和较高的可信度得到工作时间参数的可能取值范围及取各值的可能性, 即将模糊数学引入网络计划, 用模糊数模拟工作历时, 进而利用网络计划得出相关结论, 指导工程实践.

这种网络计划中, 工作、工作顺序和节点是确定的, 而工作历时具有不确定性, 并以历时模糊数来描述的网络计划称为模糊型网络计划 (Fuzzy Project Network).

1.2 模糊型网络计划计算工期的确定

模糊型网络计划的计算工期是根据网络计划时间参数计算出来的工期, 由时间最长的线路决定.

网络计划的线路是网络图从开始节点到结束节点沿箭线方向连续经过一系列箭线与节点的通路. 线路 λ 的线路时间 PD_λ 为:

$$PD_\lambda = \sum_{t \in \lambda} D_t \quad (1)$$

式中, D_t 为工作 t 的历时模糊数.

模糊计算工期 T_c 由下式计算

收稿日期: 2004-09-07.

第一作者简介: 胡海波 (1980~), 男, 硕士研究生. 主要研究方向: 网络计划和风险管理. E-mail: huhaibo80@sina.com

$$T_c = \max\{PD_i\} \quad (2)$$

说明一点, 无论按节点算法还是按工作算法, 各时间参数均为模糊数, 所得计算工期也必为一模糊数. 各模糊数的运算规则不作特殊说明.

1.3 模糊完工概率的定义

与常规网络计划完工概率的定义相似, 模糊型网络计划完工概率是指在规定时段内, 施工项目模糊型网络计划的计算完工日期(为一模糊数, 称模糊工期)不超过规定(或计划)完工日期的概率. 模糊型网络计划完工概率 P 的数学表达式为:

$$P = P(T_c \leq T_p) \quad (3)$$

式中: T_c —根据模糊型网络计划得到的计算完工日期, 为一模糊数, 以下简称模糊工期; T_p —规定或计划完工日期, 以下简称计划工期.

2 模糊型网络计划完工概率计算的理论基础

对于模糊事件 A , 它的概率可以表示为

$$P(A) = \int_U \mu_A(x) f(x) dx \quad (4)$$

式中: $\mu_A(x)$ —模糊事件 A 的隶属函数;

$f(x)$ —概率密度函数.

对于模糊型网络计划在规定时间内完工这一模糊事件, 其隶属函数相关数据的历史积累几近空白, 直接求取又非常困难, 故不易直接用(4)式方法求解. 而从方法论的角度, 任何模糊数学问题都可以转化为普通数学问题来求解, 其模糊事件概率的普通事件概率表示方法是解决这一问题的有效途径.

设模糊数 A 的 λ 截集 A_λ 是一区间, 记为 $[a_\lambda, b_\lambda]$,

由 $\mu_A(x) \geq \lambda$ 确定, 如图 1.

模糊事件 A 的概率用其 λ -截集 A_λ 的概率可表示为

$$P(A) = \int_U \mu_A(x) f(x) dx = \int_0^1 P(A_\lambda) d\lambda = \int_0^1 \left[\int_{a_\lambda}^{b_\lambda} f(x) dx \right] d\lambda \quad (5)$$

证明略.

上式给出了模糊事件概率的普通事件概率表示方法, 为模糊型网络计划完工概率问题的解决提供了理论基础.

3 模糊型网络计划完工概率计算方法

模糊型网络计划计算工期为模糊数, 其 λ -截集 $T_{c\lambda}$ 为一区间数 $[a_\lambda, b_\lambda]$. 根据模糊集合截集的概念, 在给定阈值时, 计算工期在该区间内取各个值的可能性相同, 故可认为 $T_{c\lambda} = [a_\lambda, b_\lambda]$ 区间内计算工期为服从均匀分布的随机变量. 其概率密度函数为

$$f_{T_{c\lambda}}(t) = \frac{1}{b_\lambda - a_\lambda}$$

则完工概率为

$$P_\lambda P(T_{c\lambda} \leq T_p) = \int_{-\infty}^{T_p} f_{T_{c\lambda}}(t) dt \quad (6)$$

式中, P_λ 为阈值取 λ 时计划工期常量 T_p 大于 $[a_\lambda, b_\lambda]$ 内均匀分布的计算工期的概率.

具体分析和进一步解(6)式, 有

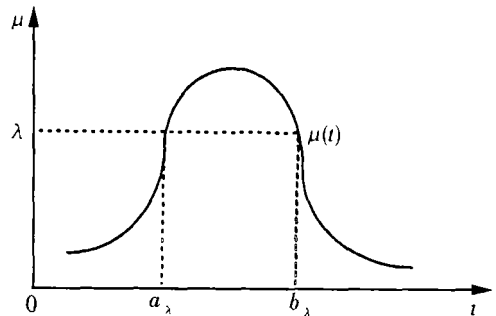


图1 模糊数的 λ 截集表示

Fig.1 λ -cut set of fuzzy number

$$P_\lambda = \begin{cases} 0 & T_p < a_\lambda \\ \frac{T_p - a_\lambda}{b_\lambda - a_\lambda} & a_\lambda \leq T_p < b_\lambda \\ 1 & T_p \geq b_\lambda \end{cases} \quad (7)$$

注意到 $\max\left[\min\left[\frac{T_p - a_\lambda}{b_\lambda - a_\lambda}, 1\right], 0\right]$ 与 (7) 式等价, 因此

在阈值为 λ 时, 工程项目的完工概率为

$$P_\lambda = \max\left[\min\left[\frac{T_p - a_\lambda}{b_\lambda - a_\lambda}, 1\right], 0\right] \quad (8)$$

$\lambda \in [0, 1]$, 工程项目模糊型网络计划完工概率为

$$\begin{aligned} P &= P(T_c \leq T_p) = \int_0^1 P_\lambda d\lambda \\ &= \int_0^1 \max\left[\min\left[\frac{T_p - a_\lambda}{b_\lambda - a_\lambda}, 1\right], 0\right] d\lambda \end{aligned} \quad (9)$$

计算工期 T_c 为模糊变量, 隶属函数为 $\mu(t)$, 设模糊均值为 m , 若有 $T_p < m$, 如图 3 所示, 则有

$$P = P(T_c \leq T_p) = \int_0^{\mu(T_p)} \max\left[\min\left[\frac{T_p - a_\lambda}{b_\lambda - a_\lambda}, 1\right], 0\right] d\lambda = \int_0^{\mu(T_p)} \frac{T_p - a_\lambda}{b_\lambda - a_\lambda} d\lambda \quad (10)$$

若有 $T_p \geq m$, 如图 4 所示, 则有

$$P = P(T_c \leq T_p) = \int_0^{\mu(T_p)} \frac{T_p - a_\lambda}{b_\lambda - a_\lambda} d\lambda + 1 - \mu(T_p) \quad (11)$$

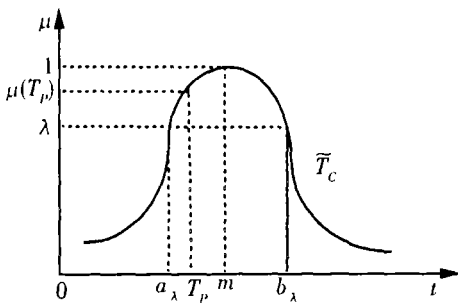


图3 $T_p < m$ 时模糊型网络计划完工概率的计算
Fig.3 Calculation of the completion probability in fuzzy project network when $T_p < m$

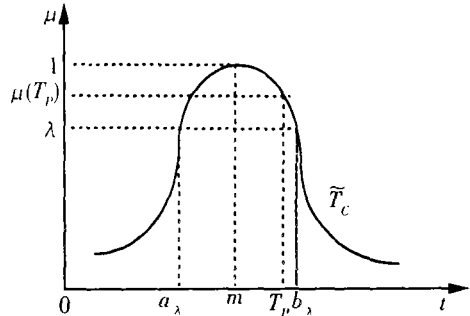


图4 $T_p > m$ 时模糊型网络计划完工概率的计算
Fig.4 Calculation of the completion probability in fuzzy project network when $T_p > m$

4 仿真方法

在模糊计算工期的隶属函数采用如线性、正态性等简单模糊数时, 通过计算可以获得模糊型网络计划完工概率的解析解, 但如果模糊工期的模糊数比较复杂, 或左右参照函数不同, 则按式 (9) ~ (11) 计算会遇到很大麻烦, 往往得不到解析解, 这时可以采用如下的仿真法以获得完工概率, 具体步骤为:

- (1) 在 $[0, 1]$ 内产生均匀分布的随机数 $\lambda_i (i = 1, 2, \dots, n)$, 将此随机数作为阈值;
- (2) 分别计算阈值 $\lambda_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 时的完工概率 P_{λ_i} , 具体计算方法为:

若计划工期 $T_p < m$ (m 为模糊计算工期均值), 则

$$\lambda_i \geq \mu(T_p) \text{ 时, 有 } P_{\lambda_i} = 0$$

$$\lambda_i < \mu(T_p) \text{ 时, 有 } P_{\lambda_i} = \frac{T_p - a_{\lambda_i}}{b_{\lambda_i} - a_{\lambda_i}}$$

若工期常量 $T_p \geq m$, 则

$$\lambda_i \geq \mu(T_p) \text{ 时, 有 } P_{\lambda_i} = 1$$

$$\lambda_i < \mu(T_p) \text{ 时, 有 } P_{\lambda_i} = \frac{T_p - a_\lambda}{b_\lambda - a_\lambda}$$

$$(3) \text{ 由 } P \approx \bar{P} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n P_{\lambda_i} \text{ 获得工程项目进度模糊型网络计划完工概率 } P.$$

5 实例分析

某混凝土双曲拱坝, 根据工程施工可行性研究报告和相关施工技术标准及规范, 构造了工程大坝施工进度网络计划图, 采用模糊型网络进行计算和分析.

计算得到模糊工期 $[102.5 \ 112.5 \ 127]$ (单位为月), 为一线性模糊数. 假定计划工期是 120 个月, 则通过本文方法计算如下:

$$t < m (m = 112.5) \text{ 时, } \mu(t) = 1 - \frac{112.5 - t}{112.5 - 102.5} \text{ 得到: } a_\lambda = 102.5 + 10\lambda$$

$$t \geq m \text{ 时, } \mu(t) = 1 - \frac{t - 112.5}{127 - 112.5} \text{ 得到: } b_\lambda = 127 - 14.5\lambda$$

同时, $\mu(T) = \mu(120) = 0.4828$ 由 (11) 式

$$P = \int_0^{0.4828} \frac{120 - (102.5 + 10\lambda)}{127 - 14.5\lambda - (102.5 + 10\lambda)} d\lambda + 1 - \mu(t) = 0.9161$$

按 4 中数字仿真方法编制相应的程序, 经过 10^6 次仿真得到 $P = 0.9083$ 与上述计算结果相近.

对于网络计划工期的风险, 按初步的划分, 模糊完工概率 P 在 $0 \sim 0.6$ 为高风险, 在 $0.6 \sim 0.85$ 为中等风险, 在 $0.85 \sim 1$ 为低风险. 本项目风险较低, 计划工期可行.

而其他文献中有采用粗略的面积比值方法, 即如图 5 所示,

$$P = \frac{S_{ABDE}}{S_{ABC}} = 0.8621$$

如果图中的三角形分布为概率分布, 那么用这种面积比值法计算完工概率是准确的, 但此为三角型模糊数, 直接用面积比值则显得缺乏理论依据. 另外, 面积比值法对于较复杂一点的计算工期分布类型不易直接使用, 只能得到近似值.

6 结论

工程项目进度计划及其可靠性的高低直接关系到项目的建设目的和投资效益的实现. 在网络计划的实施过程中, 重点保证关键线路上的工作按时实现, 才能满足工程项目的工期要求, 然而关键工作的持续时间受诸多不确定性因素的影响. 在这些不确定性因素中, 模糊型因素较随机性因素更符合工程实际.

本文针对模糊型网络计划, 引入工期分析, 提出了模糊型网络计划完工概率的计算理论, 并给出数字仿真方法, 可以适用于不同类型模糊数的网络计划, 为工程建设的计划和施工提供了决策方法, 通过工程实例分析表明该方法可行、有效.

参考文献:

- [1] 卓智勇, 刘志杰. 用模糊优势线路法求解工序历时不确定型网络计划: [硕士学位论文] [D]. 大连理工大学, 2004: 22~35.
- [2] Cynthia SM aCahon. Using PERT as an approximation of fuzzy project network analysis[J]. IEEE Transactions on Engineering Management 1993(2): 146~153.
- [3] 王卓甫, 陈登星. 水利水电施工进度计划的风险分析[J]. 河海大学学报, 1992, 27(4): 83~87.
- [4] 徐哲, 冯允成. 网络计划进度的风险分析[J]. 系统工程理论与实践, 1998(4): 24~28.

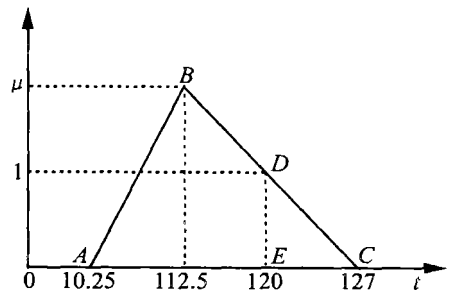


图5 面积比值法计算模糊完工概率
Fig.5 Calculation of the fuzzy completion probability by the area ration