

模糊环境下供给对安全库存的影响

谭满益^{1,2}, 唐小我¹

(1. 电子科技大学 管理学院, 四川 成都 610054; 2 四川大学 数学学院, 四川 成都 610064)

摘要: 安全库存是管理供应链中不确定性的重要手段. 基于可信性理论, 研究了模糊需求下给定订货提前期和模糊提前期两种情形下供应链节点企业安全库存的确定问题, 分析了供给不确定对安全库存的影响, 并与随机需求下的相关问题作了比较分析.

关键词: 安全库存; 模糊需求; 可信性理论; 订货提前期

中图分类号: F224 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007 - 855X (2006) 05 - 0111 - 05

Impact of Supply Uncertainty on Safety Stock under Fuzzy Environment

TAN M an-yi^{1,2}, TANG Xiao-w o¹

(1. School of Management, University of Electronic Science and Technology, Chengdu 610064, China;

2 College of Mathematic, Sichuan University, Chengdu 610064, China)

Abstract: Safety stock is an important instrument for managing uncertainty in a supply chain. Based on credibility theory, this paper studies how to evaluate the safety inventory of node enterprise given constant lead time and fuzzy lead time under fuzzy demand, analyzes the impact of supply uncertainty on safety inventory on fuzzy demand, and compares the correlative issues with stochastic demand.

Key words: safety stock; fuzzy demand; credibility theory; lead time

0 引言

当需求为随机变量的情形下, Sunil Chopra, Peter Meindl^[1]和王迎军^[2]将订货提前期分为固定和不确定(随机)情形, 系统分析了供给不确定对安全库存的影响; 韩宇鑫等^[3]基于时间竞争, 分析安全库存与提前期之间的关系. Dobrila Petrovic^[4]、Juite Wanga和 Yun - Feng Shub^[5]考虑了模糊需求、模糊提前期下的供应链优化. 基于可信性理论, 本文探讨了模糊环境中供给对安全库存的影响.

1 模糊环境下需求的描述和顾客服务水平的定义

1.1 Gauss(正态)模糊需求

本文拟用 Gauss 模糊变量 描述供应链节点企业订货提前期内面临的市场需求. 设 $x \geq 0$ 为市场需求量, $a > 0$, $a > 0$ 为给定常数, 则模糊需求的 Gauss 隶属函数的数学表达式为:

$$\begin{cases} \mu(x) = \exp\left[-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}\right] & x \geq 0 \\ \mu(x) = 0 & x < 0 \end{cases}$$

其含义是产品的市场需求“大约为 a 单位”.

模糊 Gauss(正态)需求隶属函数与随机 Gauss(正态)概率分布的密度函数仅差一个“归一化因子”.

收稿日期: 2005 - 09 - 09. 基金项目: 教育部科学技术研究重点项目 (项目编号: 105149), 高等学校博士学科点专项科研基金资助课题 (项目编号: 20030614011), 国家杰出青年科学基金资助项目 (项目编号: 79725002).

第一作者简介: 谭满益 (1971 ~), 男, 博士研究生. 主要研究方向: 管理经济分析, 不确定理论与应用.

E - mail: tan_my@163.com

但模型参数的意义及其建模机理是截然不同的. 正态随机变量的参数 a , 分别表示市场需求的均值(期望值)和均方差, a 的确定依赖历史数据, 由统计方法得到. 对于模糊 Gauss(正态)需求隶属函数, 参数 a 的确定依赖专家或管理者的主观估计, 模糊 Gauss 需求隶属函数图形与正态分布概率密度函数形状相似. 当参数 a 变化时, 隶属函数曲线形状不变, 只作左右平移, 参数 a 的变化反映了专家(或管理者)对最大可能性的市场需求预期的态度, a 越大, 反映了对市场需求预期的乐观态度, 不妨称参数 a 为可能性最大的市场需求. 另一方面, 参数 a 变化改变隶属函数曲线的宽窄, 给定 x 的值, a 越小, 市场需求的隶属函数曲线较窄, 不同市场需求间的可能性测度差异较大, a 越大, 市场需求的隶属函数曲线较宽, 不同市场需求间的可能性测度差异越小, 差异越小, 说明所有的需求都以近似的可能性发生, 此时市场需求的不确定性越强. 可称作市场需求的可能性差异参数, 其大小体现了模糊需求的不确定程度.

1.2 模糊环境下顾客服务水平度量^[6]

顾客服务水平, 又称产品供给能力. 本文涉及模糊环境中顾客服务水平的两种度量方法: 产品供给率(FR)与产品的市场需求中由库存可提供的市场需求量的可信性测度相等; 补给周期供给水平(CSL)是在一个补给周期中不出现货物短缺的可信性.

2 模糊需求, 给定提前期情形下的安全库存分析

本文考虑模糊需求下企业采用连续性检查补给(即库存下降到再订购点(ROP)时, 公司再次订购批量为(Q)的货物)策略时, 在给定补给策略和预期产品供给能力时, 企业必备安全库存量的确定.

给定的企业订货提前期为 L 期, 以下假设企业面临的各期市场需求 i (第 i 期, $i = 1, 2, \dots, L$) 是独立同分布的模糊变量, i 是参数为 a 的 Gauss 模糊变量, 则提前期内的市场需求 $= \sum_{i=1}^L i$ 为参数 $\sqrt{2L}$, La 的 Gauss 模糊变量^[7].

为了评估节点企业必备的安全库存水平, 这里涉及到模糊市场需求的平均值(期望值)的计算. 对于模糊变量有许多方法定义期望值^[8], 这些情形都基于可能性测度. 基于可信性测度, Liu 给出了模糊变量的期望值算子^[9, 10]的更一般的定义:

$$E[\xi] = \int_0^{+\infty} Cr\{\xi \geq r\} dr - \int_{-\infty}^0 Cr\{\xi \leq r\} dr \quad (1)$$

其中假定上式右端中两个积分至少有一个有限. 本文中采用基于可信性测度的模糊期望值.

给定单期市场需求为 Gauss 模糊变量, 由于提前期内的市场需求仍为 Gauss 模糊变量, 则由式(1), 订货提前期内的平均市场需求为 $R_L = La + L \frac{\sqrt{2}}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)$.

2.1 已知理想的补给周期供给水平, 求必备的安全库存

由于提前期内的市场需求为 Gauss 型模糊数, 并且再订购点 $ROP = SS + R_L$ (SS 为安全库存水平), 公司经理需要确定合适的安全库存, 使得

$$CSL = Cr\{\text{订货提前期间的市场需求} \leq R_L + SS\}$$

实际生活中, 补给周期供给水平太低会降低顾客服务水平, 使顾客流失, 从而造成不可估量的损失. 不失一般性, 我们假设 $CSL > 0.5$, 此时

$$1 - \frac{1}{2} \exp\left[-\frac{(R_L + SS - La)^2}{2(L)^2}\right] = CSL$$

令 $\operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-t^2} dt$, $\operatorname{erfc}(z) = 1 - \operatorname{erf}(z)$, 则

$$SS = \sqrt{2L} \sqrt{\ln\left[\frac{1}{2(1-CSL)}\right]} - L \frac{\sqrt{2}}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right) \quad (2)$$

由于

$$\frac{\partial SS}{\partial L} = \sqrt{2} \sqrt{\ln \left[\frac{1}{2(1 - CSL)} \right]} - \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} \operatorname{erfc} \left(\frac{a}{\sqrt{2}} \right)$$

易知, 当 $\operatorname{erfc} \left(\frac{a}{\sqrt{2}} \right) < \frac{4}{\sqrt{2}} \sqrt{\ln \left[\frac{1}{2(1 - CSL)} \right]}$, $\frac{\partial SS}{\partial L} > 0$, 即随着订货提前期的延长, 节点企业应保有更多的安全库存。

2.2 已知理想的产品供给率, 求必备的安全库存量

假设每个订货提前期内的预期短缺为 ESC , 每次订货批量为 Q . 若已知产品供给率 FR , 则提前期内的预期短缺为 $ESC = (1 - FR)Q$.

订货提前期内的市场需求为 Gauss 型模糊数, 订货提前期内的市场短缺为 y , 则 $y = R_L + SS - La$ 也是一个模糊变量. 此时 $ESC = E[y]$.

为计算 ESC , 令 $y = R_L + SS + \tau$, $z = \operatorname{erfcinv}(s)$ 定义为 $\operatorname{erfc}(z)$ 的逆函数, 即 $s = \operatorname{erfc}(z)$. 在管理实践中, 考虑到产品供给能力越强, 顾客满意度越高, 不妨假定 $CSL = 0.5$, 此时 $y \in [R_L + SS, R_L + SS + \tau] \subset [La, R_L + SS + \tau]$, 故

$$\begin{aligned} ESC &= E[y] \\ &= \int_0^{\tau} Crf(y) dy - \int_0^0 Crf(y) dy \\ &= L \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} \operatorname{erfc} \left(\frac{R_L + SS - La}{\sqrt{2}L} \right) \end{aligned} \tag{3}$$

所以

$$SS = \sqrt{2}L * \operatorname{erfcinv} \left[\frac{2\sqrt{2}(1 - FR)Q}{L\sqrt{2}} \right] - L \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} \operatorname{erfc} \left(\frac{a}{\sqrt{2}} \right) \tag{4}$$

安全库存是订货提前期 L 、产品供给率 FR 、订购批量 Q 、单期可能性最大的市场需求 a 、需求可能性差异参数 τ 的函数。

2.3 订货提前期 L 对安全库存水平的比较静态分析

设某产品每天的市场需求为参数的 Gauss 模糊变量, 企业采取 (Q, ROP) 的连续性检查补给策略, 给定企业订货批量为 $Q = 100$, 试探讨分别给定补给周期水平 ($CSL = 0.75$)、产品供给率 ($FR = 0.98$) 时, 节点企业安全库存水平与订货提前期的关系。

我们将模糊和随机环境中节点企业安全库存水平与订货提前期的关系以图 1 表示。

图 1 描述的是模糊需求和随机需求 (同为参数相同的正态型) 下, 给定产品供给能力 (顾客服务水平), 订货提前期变化对节点企业安全库存的影响. 从图 1 中我们可以得到如下结论:

不管需求用模糊变量建模还是用随机变量建模, 在给定服务水平的前提下, 较长的订货提前期要求供应链节点企业设置较高的安全库存水平. 在这个顾客需求个性化、多样化, 产品更新周期缩短, 市场不确定性加大的年代, 市场竞争已由个体竞争转为供应链竞争, 由过去的价格、质量竞争转向基于时间的竞争. 较短的订货提前期不仅可使企业节约大量安全库存费用开支, 也可提高供应链整体反应能力, 增强供应链的竞争力。

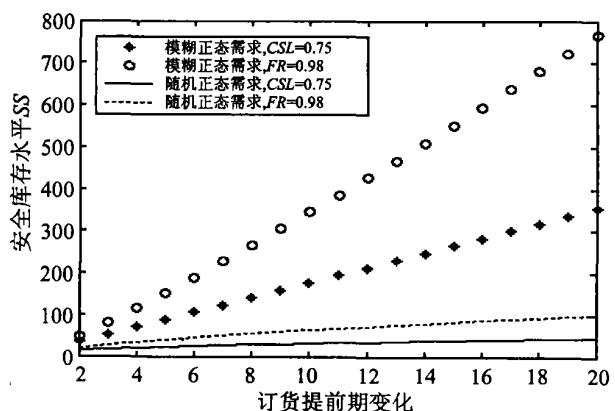


图1 订货提前期变化对节点企业安全库存的影响
Fig.1 Impact of changing lead time on safety stock

给定服务水平和订货提前期, 随机需求下的安全库存水平明显低于模糊需求下的安全库存水平,

其原因在于正态模糊需求的隶属函数与正态随机变量的概率密度函数相比,没有归一化的要求.

3 提前期和需求都为模糊变量时节点企业安全库存的确定

3.1 提前期和需求都为模糊变量时节点企业安全库存的计算方法

设企业面临的各期市场需求 \tilde{d}_i (第 i 期) 是可能性空间 $(\Omega_1, P(\cdot), Pos_1)$ 上独立同分布的模糊变量序列, 订货提前期 \tilde{L} 为可能性空间 $(\Omega_2, P(\cdot), Pos_2)$ 上的取值为正整数的模糊变量, \tilde{L} 与序列 \tilde{d}_i 独立. 为了计算给定服务水平下的安全库存, 我们需要如下结论:

定理^[9] 假定 \tilde{d}_i 是独立同分布的模糊变量序列, \tilde{L} 是模糊正整数变量 (取值为正整数的模糊变量), 且与序列 \tilde{d}_i 独立, 则对任意数 r , 我们有:

$$Cr\{\sum_{i=1}^{\tilde{L}} \tilde{d}_i \leq r\} = Cr\{\tilde{L} \leq r\}, \text{ 更进一步: } E[\sum_{i=1}^{\tilde{L}} \tilde{d}_i] = E[\tilde{L}].$$

已知理想的补给周期供给水平 CSL , 现在我们来求节点企业必备的安全库存水平.

由 $Cr\{\tilde{L} \leq ROP\} = CSL, ROP = E[\tilde{L}] + SS$, 我们定义安全库存

$$SS = \inf\{s \mid Cr\{\tilde{L} \leq E[\tilde{L}] + s\} = CSL\} \tag{5}$$

为了求出给定条件下的企业必备安全库存, 我们设计如下模糊模拟算法:

分别从 Ω_1 中均匀产生 v_{1k} , Ω_2 中产生 v_{2k} , 使得 $Pos\{v_{1k} \leq \tilde{d}_i\} = Pos\{v_{2k} \leq \tilde{L}\}$, 并定义 $\alpha_{1k} = Pos\{v_{1k} \leq \tilde{d}_i\}, \alpha_{2k} = Pos\{v_{2k} \leq \tilde{L}\}, k = 1, 2, \dots, N$, 其中 N 是个充分小的数.

对于任意 $r < 0, Cr\{\tilde{L} \leq r\}$ 估计为 $\frac{1}{2} \left[\max_{1 \leq k \leq N} \{v_{2k} / \tilde{L} \leq r\} + \min_{1 \leq k \leq N} \{1 - v_{1k} / \tilde{L} < r\} \right], r < 0$.

$Cr\{\tilde{L} \leq r\}$ 估计为 $\frac{1}{2} \left[\max_{1 \leq k \leq N} \{v_{1k} / \tilde{L} \leq r\} + \min_{1 \leq k \leq N} \{1 - v_{2k} / \tilde{L} > r\} \right]$, 从而可以估计 $E[\tilde{L}] = R_L$.

对任意的 r , 有 $L(r) = \frac{1}{2} \left[\max_{1 \leq k \leq N} \{v_{2k} / \tilde{L} \leq r\} + \min_{1 \leq k \leq N} \{1 - v_{1k} / \tilde{L} > r\} \right]$.

由 $L(r)$ 的单调性, 可通过二分法找到最小值 r , 使其满足 $L(r) = CSL$, 经过数次迭代后, 这个最小的 r 可以作为 $E[\tilde{L}] + SS$ (即 $R_L + SS$) 的估计值, 记为 ROP , 从而 $SS = ROP - R_L$.

3.2 数值算例

设某供应链节点企业每天面临的市场需求为参数 $a = 45, b = 15$ 的 Gauss 模糊变量, 订货提前期 \tilde{L} 取值为正整数的三角模糊变量 (a, b, c) , 其中 b 为最可能的订货提前期 (可能性为 1), c, a 为提前期的上下界, $a < b < c, a, c$ 之间的差值越大, 反映了订货提前期的不确定性的增强. 给定节点企业补给周期供给水平 $CSL = 0.75$, 按上述算法, 进行

表 1 不同模糊提前期下节点企业的安全库存

Tab 1 Safety stock under different fuzzy lead time

5 000 次模糊模拟, 对订货提前期 \tilde{L} 的隶属函数取不同形状, 我们得到表 1.

\tilde{L}	$E[\tilde{L}] * E[\tilde{d}_i]$	$E[\tilde{L} * \tilde{d}_i]$	$CSL = 0.75$ 时 $\tilde{L} * \tilde{d}_i$ 的 ROP	模糊提前期下的安全库存 SS
(3, 7, 19)	397.55	489.34	796.62	307.27
(3, 11, 19)	485.90	564.72	925.02	360.30
(3, 17, 19)	619.86	696.05	1096.56	400.51
(7, 11, 19)	531.68	592.43	928.49	336.06
(9, 11, 19)	554.39	600.49	931.02	330.52
(7, 11, 14)	477.39	503.84	742.41	238.57
(7, 11, 17)	509.64	555.79	863.35	307.56

表 1 所示模糊提前期 \tilde{L} 隶属函数形状的改变包括三种类型: 其一是最可能提前期 b 的变化; 其二是上界 c 的变化; 其三是下界 a 的变化. 分析表 1 中数据, 我们得到如下结论:

1) 两随机变量 \tilde{L}_1, \tilde{L}_2 相互独立, 则必有 $E[\tilde{L}_1 * \tilde{L}_2] = E[\tilde{L}_1] * E[\tilde{L}_2]$. 与随机情形下的这个结论不同, 对于模糊情形而言, \tilde{L} 与 \tilde{L}_i 独立, 一般来说, $E[\tilde{L} * \tilde{L}_i] > E[\tilde{L}] * E[\tilde{L}_i]$, 在本例中, $E[\tilde{L} * \tilde{L}_i] > E[\tilde{L}] * E[\tilde{L}_i]$;

2) 给定提前期上下界, 最可能提前期 b 的增大 (提前期 \tilde{L} 从 $(3, 11, 19) \Rightarrow (3, 11, 19) \Rightarrow (3, 17, 19)$), 反映了节点企业对上游供应商供货能力的悲观估计, 因而, 要求企业保有更多的安全库存;

3) 给定最可能提前期 b 和提前期下界 a , 随着提前期上界 c 的增加 (提前期 \tilde{L} 从 $(3, 11, 14) \Rightarrow (3, 11, 17) \Rightarrow (3, 11, 19)$), 反应了节点企业对订货提前期预测精度的下降和上游供应商供货能力的悲观估计, 因而, 企业应保有更多的安全库存;

4) 给定最可能提前期 b 和提前期下界 c , 随着提前期下界 a 的增大 (提前期 \tilde{L} 从 $(3, 11, 19) \Rightarrow (7, 11, 19) \Rightarrow (9, 11, 19)$), 反应了节点企业对订货提前期预测精度的增加, 此时, 企业保有的安全库存水平呈下降趋势.

由上述结论, 节点企业提高订货提前期的预测精度, 供应商加强提前期管理, 减少提前期预测的不确定性对改善整个供应链的反应能力和绩效将有十分重要的作用.

4 结语

安全库存是解决供应链中不确定性问题的重要手段. 本文研究了模糊需求下给定订货提前期和模糊提前期两种情形下供应链节点企业安全库存的确定问题, 分析了供给不确定对安全库存的影响, 并与随机需求下的相关问题作了比较分析, 得出了一些重要结论.

参考文献:

- [1] Sunil Chopra, Peter Meindl. Supply Chain Management——strategy, planning, and operation[M]. 北京: 清华大学出版社, 2001.
- [2] 王迎军. 供应链管理实用建模方法及数据挖掘 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2001.
- [3] 韩宇鑫, 刘晓伟. 基于时间优化的安全库存管理 [J]. 商业研究, 2004(12): 71 - 72.
- [4] Dobrila Petrovic. Simulation of supply chain behaviour and performance in an uncertain environment[J]. Int J. Production Economics, 2001 (71): 429 - 438.
- [5] Juite Wanga, Yun - Feng Shuh. Fuzzy decision modeling for supply chain management[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2005 (150): 107 - 127.
- [6] 谭满益, 唐小我. 模糊需求下的产品供给能力初步研究 [J]. 管理学报, 2006(1).
- [7] 周泰文, 王晓星, 刘后邗. 模糊数学基础教程 [M]. 武汉: 华中理工大学出版社, 1993.
- [8] Heilpem S. The expected value of a fuzzy number[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1992(47): 81 - 86.
- [9] Liu B. Uncertainty Theory: An Introduction to its Axiomatic Foundations[M]. Berlin: Springer - Verlag, 2004.
- [10] 刘宝碇, 赵瑞清, 王纲. 不确定规划及应用 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2003.