洛仑兹矩阵变换及对Gron理论的发展①

朱平

(思茅师范专科学校成教处,云南思茅 665000)

摘要 采用矩阵的方法对质点在任意正交曲线坐标系中速度和加速度的洛仑兹变换式作了统一推导,并对Gron相对论胡克定律的有关论述进行了改进.

关键词:洛论兹变换;正交曲线坐标系;矩阵;相对论胡克定律

中图分类号:O151.21 **文献标识码**:A **文章编号**:1007-855X(2001)06-140-05

0 前言

Φ. Gron在文献[1]中讨论了胡克定律的相对论协变形式,但该文所得结果不具有普遍性.周凌云和R.H.Penfield等对在简谐力 $f=-kx$ 作用下振子的相对论效应进行了研究,指出它对分子振动光谱产生影响.本文采用矩阵的方法先讨论了质点在任意正交曲线坐标系下的速度和加速度的洛仑兹变换式,然后进一步对相对论胡克定律的Gron形式进行了讨论,这将有助于相对论振子及有关原子、分子光谱的研究.

1 洛仑兹变换下速度和加速度的矩阵变换式

众所周知,任意两惯性系 $\sum(x,y,z,t)$ 及 $\sum'(x',y',z',t')$, $t=t'=0$ 时,两原点重合,坐标轴相互平行,其相对速度为 $\vec{v}$,在$\sum$系上的分量为 $\vec{v}(v_x,v_y,v_z)$,则二者间的变换式为

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+(\beta-1)\frac{v_x^2}{v^2} & (\beta-1)\frac{v_xv_y}{v^2} & (\beta-1)\frac{v_xv_z}{v^2} & -\beta v_x \\ (\beta-1)\frac{v_yv_x}{v^2} & 1+(\beta-1)\frac{v_y^2}{v^2} & (\beta-1)\frac{v_yv_z}{v^2} & -\beta v_y \\ (\beta-1)\frac{v_zv_x}{v^2} & (\beta-1)\frac{v_zv_y}{v^2} & 1+(\beta-1)\frac{v_z^2}{v^2} & -\beta v_z \\ -\frac{\beta v_x}{C^2} & -\frac{\beta v_y}{C^2} & -\frac{\beta v_z}{C^2} & \beta \end{bmatrix} \tag{1}$$

式中 $\beta=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{C^2}}}$. 令 $\zeta_1=x$, $\zeta_2=y$, $\zeta_3=z$, $\zeta_4=ict$; $\zeta_1{}'=x'$, $\zeta_2{}'=y'$, $\zeta_3{}'=z'$, $\zeta_4{}'=ict'$,

$$A^{-1}=\begin{bmatrix} 1+(\beta-1)\frac{v_x^2}{v^2} & (\beta-1)\frac{v_xv_y}{v^2} & (\beta-1)\frac{v_xv_z}{v^2} & -\frac{i\beta v_x}{C} \\ (\beta-1)\frac{v_yv_x}{v^2} & 1+(\beta-1)\frac{v_y^2}{v^2} & (\beta-1)\frac{v_yv_z}{v^2} & -\frac{i\beta v_y}{C} \\ (\beta-1)\frac{v_zv_x}{v^2} & (\beta-1)\frac{v_zv_y}{v^2} & 1+(\beta-1)\frac{v_z^2}{v^2} & -\frac{i\beta v_z}{C} \\ -\frac{-i\beta v_x}{C} & -\frac{-i\beta v_y}{C} & -\frac{-i\beta v_z}{C} & \beta \end{bmatrix}$$

则

① 收稿日期:2000-12-01;
第一作者简介:朱平,男,1958年生,本科,副教授.研究方向:矩阵力学,椭圆函数.

$$\begin{bmatrix}\zeta_1\\\zeta_2\\\zeta_3\\\zeta_4\end{bmatrix} = A^{-1}\begin{bmatrix}\zeta_1'\\\zeta_2'\\\zeta_3'\\\zeta_4'\end{bmatrix} \tag{2}$$

引入时间坐标单位矢 $\vec{t}_0$ ($\sum$系)与 $\vec{t}_0'$ (Σ'系),显然它们与空间坐标单位矢是线性无关的,并使它们构成四维殴氏空间的标准正交基.

于是四维矢量

$$\vec{X} = \zeta_1\vec{i} + \zeta_2\vec{j} + \zeta_3\vec{k} + \zeta_4\vec{t}_0 \tag{3}$$

其内积

$$(\vec{X}, \vec{X}) = x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 \tag{4}$$

内积中取正号的前三项表示与三维空间坐标有关的实距离的平方,后带负号的一项为与光速和时间有关的虚距离的平方.

由线性代数理论可知,基矢$(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}, \vec{t}_0)$到$(\vec{i}', \vec{j}', \vec{k}', \vec{t}_0')$的过度矩阵也为 A. 即

$$(\vec{i}', \vec{j}', \vec{k}', \vec{t}_0') = (\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}, \vec{t}_0)A$$

或

$$(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}, \vec{t}_0) = (\vec{i}', \vec{j}', \vec{k}', \vec{t}_0')A^{-1} \tag{5}$$

同理,时间坐标基矢与正交曲线坐标基矢构成四维时空坐标基矢 $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4 = \vec{t}_0)$($\sum$ 系)与 $(\vec{e}_1', \vec{e}_2', \vec{e}_3', \vec{e}_4' = \vec{t}_0')$($\sum'$ 系),且

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}) = (\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}, \vec{t}_0)B \tag{6}$$

$$(\vec{e}_1', \vec{e}_2', \vec{e}_3', \vec{e}) = (\vec{i}', \vec{j}', \vec{k}', \vec{t}_0')B \tag{7}$$

$|B| \neq 0$, B 为基矢过渡矩阵.

令 $\vec{e} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4)$, $\vec{e}' = (\vec{e}_1', \vec{e}_2', \vec{e}_3', \vec{e}_4')$, $\vec{I} = (\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}, \vec{t}_0)$, $\vec{I}' = (\vec{i}', \vec{j}', \vec{k}', \vec{t}_0')$. 可得到基矢 $\vec{e}$ 与 $\vec{e}'$ 的洛论兹变换

$$\vec{e} = \vec{e}'B^{-1}A^{-1}B, \quad \vec{e}' = \vec{e}B^{-1}AB \tag{8}$$

在引入四维时空坐标后,一力学量

$$\vec{H} = \zeta_1\vec{e}_1 + \zeta_2\vec{e}_2 + \zeta_3\vec{e}_3 + \zeta_4\vec{e}_4)$$

或

$$\vec{H} = \zeta_1'\vec{e}_1' + \zeta_2'\vec{e}_2' + \zeta_3'\vec{e}_3' + \zeta_4'\vec{e}_4')$$

前三项实部代表空间坐标的实力学量,具有实际意义.后一项虚部是与光速和时间有关的虚力学量,反映了时空变换的联系.

时空位置矢

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} + ict\vec{t}_0 \tag{9}$$

实部　$\vec{r}_{\text{real}} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

虚部　$\vec{r}_{\text{imag}} = ict\vec{t}_0$ 速度和加速度可同理进行讨论.

令 $\zeta = \begin{bmatrix}\zeta_1\\\zeta_2\\\zeta_3\\\zeta_4\end{bmatrix}, \zeta = \begin{bmatrix}\zeta_1'\\\zeta_2'\\\zeta_3'\\\zeta_4'\end{bmatrix}$, 则 $\zeta = A\zeta', \zeta' = A^{-1}\zeta$.

$$\vec{r} = \vec{I}\zeta = \vec{e}B^{-1}A\zeta' \tag{10}$$

$$\vec{r}' = \vec{I}'\zeta' = \vec{e}'B^{-1}A^{-1}\zeta \tag{11}$$

由定义得到速度和加速度的洛仑兹变换的矩阵表达式

$$\vec{v}' = \frac{d\vec{r}'}{dt'} = \vec{e}'B^{-1}A^{-1}\dot{\zeta}/\beta(1 - \frac{vv_x}{c^2}) \tag{12}$$

$$\vec{a}' = \frac{d\vec{v}'}{dt'} = \frac{[(1-\frac{vv_x}{c^2})\vec{e}'B^{-1}A^{-1}\ddot{\zeta} + \frac{va_x}{c^2}\vec{e}_1'B^{-1}A^{-1}\zeta]}{\beta^2(1-\frac{vv_x}{c^2})^3} \tag{13}$$

其中 $v_x, a_x, \zeta, \ddot{\zeta}$ 均为正交曲线坐标的函数对时间求导.反变换

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{e}B^{-1}A\zeta'/\beta(1+\frac{vv_x'}{c^2}) \tag{14}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{[(1+\frac{vv_x}{c^2})\vec{e}B^{-1}A\ddot{\zeta}' - \frac{va_x'}{c^2}\vec{e}B^{-1}A\zeta']}{\beta^2(1+\frac{vv_x}{c^2})^3} \tag{15}$$

取(12)、(13)式的实部就得到速度和加速度的洛仑兹正变换;取(14)、(15)式的实部得到速度和加速度的洛仑兹反变换.(12)、(13)、(14)和(15)式即为质点对任意正交曲线坐标系的速度和加速度的洛仑兹变换式的矩阵统一表达式.

下面使用以上结果求出几种常用正交曲线坐标系中速度和加速度的变换式.为简便考虑 $\vec{v}$ 平行 Σ 系的 x 轴,则 A 为大家所熟知的矩阵.

1.1 直角坐标系中速度和加速度的变换式

直角坐标系,较为简单,不再赘述.

1.2 柱坐标系中速度和加速度的变换式

$$\vec{e}' = (\vec{e}_\gamma', \vec{e}_\theta', \vec{e}_z', \vec{t}_0') = \vec{I}'B, \vec{e} = (\vec{e}_\gamma, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z, \vec{t}_0) = \vec{I}B$$

$$B = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B^{-1} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, A^{-1} = \begin{bmatrix} \beta & 0 & 0 & \frac{i\beta v}{c} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\frac{i\beta v}{c} & 0 & 0 & \beta \end{bmatrix},$$

$$\zeta = \begin{bmatrix} r\cos\theta \\ r\sin\theta \\ z \\ ict \end{bmatrix}, \zeta' = \begin{bmatrix} \dot{r}\cos\theta - r\dot{\theta}\sin\theta \\ \dot{r}\sin\theta + r\dot{\theta}\cos\theta \\ \dot{z} \\ ic \end{bmatrix}$$

速度

$$\vec{v} = \frac{(\vec{e}_\gamma', \vec{e}_\theta', \vec{e}_z', \vec{t}_0')}{\beta[1-\frac{v(\dot{r}\cos\theta - r\dot{\theta}\sin\theta)}{c^2}]} \begin{bmatrix} \beta(\dot{r}\cos^2\theta - r\dot{\theta}\cos\theta\sin\theta - v\cos\theta) + \dot{r}\sin^2\theta + r\dot{\theta}\cos\theta\sin\theta \\ \beta(-\dot{r}\sin\theta\cos\theta + r\dot{\theta}\sin^2\theta + v\sin\theta) + \dot{r}\cos\theta\sin\theta + r\dot{\theta}\cos^2\theta \\ \dot{z} \\ -\frac{i\beta v}{c}(\dot{r}\cos\theta - r\dot{\theta}\sin\theta + ic) \end{bmatrix}$$

速度变换取实部

$$v_r' = \frac{\beta(\dot{r}\cos^2\theta - r\dot{\theta}\cos\theta\sin\theta - v\cos\theta) + \dot{r}\sin^2\theta + r\dot{\theta}\cos\theta\sin\theta}{\beta[1 - v(\dot{r}\cos\theta - r\dot{\theta}\sin\theta)/c^2]}$$

$$v_\theta' = \frac{\beta(-\dot{r}\sin\theta\cos\theta + r\dot{\theta}\sin^2\theta + v\sin\theta) + \dot{r}\cos\theta\sin\theta + r\dot{\theta}\cos^2\theta}{\beta[1 - v(\dot{r}\cos\theta - r\dot{\theta}\sin\theta)/c^2]}$$

$$v_z' = \frac{\dot{z}}{\beta[1 - v(\dot{r}\cos\theta - r\dot{\theta}\sin\theta)/c^2]}$$

而

$$\ddot{\zeta} = \begin{bmatrix} \ddot{r}\cos\theta - 2\dot{r}\dot{\theta}\sin\theta - r\ddot{\theta}\sin\theta - r\dot{\theta}^2\cos\theta \\ \ddot{r}\sin\theta + 2\dot{r}\dot{\theta}\cos\theta - r\ddot{\theta}\cos\theta - r\dot{\theta}^2\sin\theta \\ \ddot{z} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\vec{a}=\frac{1}{\beta^2(1-\frac{vv_x}{c^2})^3}[(1-\frac{vv_x}{c^2})\vec{e}'\mathrm{B}^{-1}\mathrm{A}^{-1}\ddot{\zeta}+\frac{va_x}{c^2}\vec{e}'\mathrm{B}^{-1}\mathrm{A}^{-1}\dot{\zeta}]$$

加速度变换取实部

$$\begin{aligned}a_r{}'=&\frac{1}{\beta^2(1-v(\dot{r}\cos\theta-r\dot{\theta}\sin\theta)/c^2)^3}[(1-v(\dot{r}\cos\theta-r\dot{\theta}\sin\theta)/c^2)]\cdot(\beta\ddot{r}\cos^2\theta-2\dot{r}\dot{\theta}\sin\theta\cos\theta\\&-\beta r\ddot{\theta}\sin\theta\cos\theta-\beta r\dot{\theta}^2\cos^2\theta+\ddot{r}\sin^2\theta+2\dot{r}\dot{\theta}\cos\theta\sin\theta+r\ddot{\theta}\cos\theta\sin\theta-r\dot{\theta}^2\sin^2\theta)\\&+\frac{v(\ddot{r}\cos\theta-2\dot{r}\dot{\theta}\cos\theta-r\ddot{\theta}\sin\theta-r\dot{\theta}^2\cos\theta)}{c^2}\cdot(\beta\dot{r}\cos^2\theta-\beta r\dot{\theta}\cos\theta\sin\theta-v\beta\cos\theta\\&+\dot{r}\sin^2\theta+r\dot{\theta}\sin\theta\cos\theta)]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}a_\theta{}'=&\frac{1}{\beta^2(1-v(\dot{r}\cos\theta-r\dot{\theta}\sin\theta)/c^2)^3}[(1-v(\dot{r}\cos\theta-r\dot{\theta}\sin\theta)/c^2)]\cdot(-\beta\ddot{r}\cos\theta\sin\theta+2\beta\dot{r}\dot{\theta}\sin^2\theta\\&+\beta r\ddot{\theta}\sin^2\theta+\beta r\dot{\theta}^2\sin\theta\cos\theta+\ddot{r}\sin\theta\cos\theta+2\dot{r}\dot{\theta}\cos^2\theta+r\ddot{\theta}\cos^2\theta-r\dot{\theta}^2\sin\theta\cos\theta)\\&+\frac{v(\ddot{r}\cos\theta-2\dot{r}\dot{\theta}\sin\theta-r\ddot{\theta}\sin\theta-r\dot{\theta}^2\cos\theta)}{c^2}\cdot(-\beta\dot{r}\sin\theta\cos\theta+\beta r\dot{\theta}\sin^2\theta+\beta v\sin\theta\\&+\dot{r}\cos\theta\sin\theta+r\dot{\theta}\cos^2\theta)]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}a_z{}'=&\frac{1}{\beta^2(1-v(\dot{r}\cos\theta-r\dot{\theta}\sin\theta)/c^2)^3}[(1-\frac{v(\dot{r}\cos\theta-r\dot{\theta}\sin\theta)}{c^2})\ddot{z}\\&+v(\ddot{r}\cos\theta-2\dot{r}\dot{\theta}\sin\theta-r\ddot{\theta}-r\dot{\theta}^2\cos\theta)\dot{z}/c^2]\end{aligned}$$

当 $v\ll c$ 时,$\beta\rightarrow1$,此时 $v_r{}'=\dot{r}-v\cos\theta$, $v_\theta{}'=r\dot{\theta}+v\sin\theta$, $v_z{}'=\dot{z}$, $a_r{}'=\ddot{r}-r\dot{\theta}^2$, $a_\theta{}'=2\dot{r}\dot{\theta}+r\ddot{\theta}$, $a_z{}'=\ddot{z}$ 与伽利略变换下得以的结果一致.

同理,可得柱坐标系下的洛仑兹反变换.

1.3 质点在其它正交曲线坐标系下速度和加速度的变换式

质点在其它正交曲线坐标系下速度和加速度的洛仑兹变换式可同理得到.

2 关于相对论胡克定律及对 Gron 理论的改进

当惯性系Σ'以速度 $\vec{v}$ 相对于Σ系运动时,四维时空Σ'系中的一点 P($\zeta_1{}'$, $\zeta_2{}'$, $\zeta_3{}'$, $\zeta_4{}'$) 在$\sum$系中的坐标为($\zeta_1{}'$, $\zeta_2{}'$, $\zeta_3{}'$, $\zeta_4{}'$)洛仑兹变换的矩阵表达式为(2)式.现讨论 $\vec{v}$ 平行 x 轴的情况.

一振子,在Σ 系所受的简谐力: $\vec{f}'=k'\triangle\vec{r}'$

其中 $\triangle\vec{r}'$ 为Σ'系中三维时空坐标位置矢, k' 为弹性系数.力 $\vec{f}'$ 在闵氏四维时空中对应的四维力为 $\vec{\mathrm{F}}'$,四个分量

$$\mathrm{F}_1{}'=\frac{-k\triangle\zeta_1{}'}{\sqrt{1-v'^2/c^2}},\ \mathrm{F}_2{}'=\frac{-k\triangle\zeta_2{}'}{\sqrt{1-v'^2/c^2}},\ \mathrm{F}_3{}'=\frac{-k\triangle\zeta_3{}'}{\sqrt{1-v'^2/c^2}},$$

$$\mathrm{F}_4{}'=\frac{-\frac{i}{c}k'(\triangle\zeta'_1v'_1+\triangle\zeta'_2v'_2+\triangle\zeta'_3v'_3)}{\sqrt{1-v'^2/c^2}}\tag{18}$$

式中 $u'^2=u'_1{}^2+u'_2{}^2+u'_3{}^2$, u'_1, u'_2 和 u'_3 为振子在Σ'系中的速度分量.(18)式即为相对论协变的胡克定律.它比 Φ·Gron 在文献[1]中的协变式更具有普遍性.当 $u_2{}'=u_3{}'=0$ 时,(18)式给出了 Φ·Gron 的形式.

$\vec{f}$ 在Σ系中对应的四维力为 $\vec{\mathrm{F}}$,则 $\vec{\mathrm{F}}$ 与 $\vec{\mathrm{F}}'$ 的洛仑兹变换为

$$\begin{bmatrix}\mathrm{F}_1\\\mathrm{F}_2\\\mathrm{F}_3\\\mathrm{F}_4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\beta&0&0&-\frac{i\beta v}{c}\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\-\frac{i\beta v}{c}&0&0&\beta\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathrm{F}_1{}'\\\mathrm{F}_2{}'\\\mathrm{F}_3{}'\\\mathrm{F}_4{}'\end{bmatrix}\tag{19}$$

可以证明: $F_1^2 + F_2^2 + F_3^2 + F_4^2 = F'^2_1 + F'^2_2 + F'^2_3 + F'^2_4 =$ 不变量

在Σ系上看到的$\vec{f}'$的空间三维力$\vec{f}$的三个分量

$$f_1 = F_1\sqrt{1-u^2/c^2},\ f_2 = F_2\sqrt{1-u^2/c^2},\ f_3 = F_3\sqrt{1-u^2/c^2} \tag{20}$$

u为振子在Σ系中的速度.与空间位移的关系为

$$f_1 = -k'\sqrt{\frac{1-u^2/c^2}{1-u'^2/c^2}}\left\{\triangle\zeta_1 + \frac{vu_2\triangle\zeta_2}{c^2} + \frac{vu_3\triangle\zeta_3}{c^2}\right\}\frac{1}{1-vu_1/c^2}$$

$$f_2 = -k'\sqrt{\frac{1-u^2/c^2}{1-u'^2/c^2}}\triangle\zeta_2$$

$$f_3 = -k'\sqrt{\frac{1-u^2/c^2}{1-u'^2/c^2}}\triangle\zeta_3 \tag{21}$$

进一步化简

$$1-u'^2/c^2 = \frac{(1-v^2/c^2)(1-u^2/c^2)}{(1-vu_1/c^2)^2}$$

则

$$f_1 = -k'\beta(\triangle\zeta_1 + \frac{vu_2}{c^2}\triangle\zeta_2 + \frac{vu_3}{c^2}\triangle\zeta_3),\ f_2 = -k'\beta(1-\frac{vu_1}{c^2})\triangle\zeta_2,\ f_3 = -k'\beta(1-\frac{vu_1}{c^2})\triangle\zeta_3 \tag{22}$$

由此我们看到,一般情况下Σ系上看到的力$\vec{f}$不再是简谐力.只有当$\triangle\zeta_2 = \triangle\zeta_3 = 0$时,$\vec{f}$才是简谐力.

如果振子的简谐力 $f_1' = 0,\ f_2' = -k'\triangle\zeta_2',\ f_3' = 0$,则

$$f_1 = -k'\beta vu_2/c^2,\quad f_2 = -k'\beta(1-v^2/c^2)\triangle\zeta_2,\quad f_3 = 0 \tag{23}$$

此时,只有$\vec{f}$在ζ_3轴上的分量为简谐力.

对于一般的振子,运动速度 $u \ll c,\ \frac{vu_2}{c_2}\to 0,\ \frac{vu_3}{c_2}\to 0,\ 1-\frac{vu_1}{c_2} = 1-\frac{v^2}{c^2}$,由(22)式有

$$f_1 = -k'\beta\triangle\zeta_1,\quad f_2 = -k'\beta\triangle\zeta_2,\quad f_3 = -k'\beta\triangle\zeta_3 \tag{24}$$

(24)式即为Φ·Gron在文献[1]中得到的重要结果.可见Φ·Gron的协变形式是我们这一表述的特殊情况.我们的方法对Φ·Gron理论进行了改进和发展.

致 谢 本文的研究和撰写得到了昆明理工大学周凌云教授的热情鼓励和支持,特表示衷心感谢.

参考文献:

[1] Φ·Gron, On the Relativistic Hookes Law, Am[J]. Phys, 1981, 49(1), 28.
[2] Moller C. The Theories of Relativity[M]. MCGRAW－HILL, New york, 1955. 50.
[3] Rose. M. Relativistic Electron Theory[M], John Willy, New york, 1961. 276.
[4] Stone. M. H. Linear Transformation in Hilbert Space[M], Academic Press, New York, 1963. 78.
[5] 周凌云.关于一维相对论振子[J].数学物理学报, 1987, 3. 259.
[6] 周凌云.分子振动能级的相对论修正[J].原子分子物理学报, 1990, 3, 164.
[7] Penfield. R. Relativstic Harmomic oscillator[J]. Jonr. Franklin Inst, 1956, 262.

Lorentz Matrix Transformation and Development of Gron's Theory

ZHU Ping
(Department of Adult Education, Simao Teacher's College, Simao, Yunnan 665000, China)

Abstract Lorentz transformation of velocities and accelerations in vertical curve coordinations are derived by means of matrix and the Cron's theories on the relativistic Hooke's Law are developed.

Key words: Lorentz transformations; orthogonal system; matrix; relativistic Hooke's Law.