

# 满足瞬时动态 DT/RC 的动态拥挤收费模型研究

张华歆, 周溪召

(上海海事大学 经济管理学院, 上海 200135)

**摘要:** 出行者的出行选择当中,除了路径选择之外,出发时间也是一个重要的因素.在面临拥挤收费时,出行者往往要重新选择自己的出发时间,以避免多交费,同时还要尽量在规定的时间内到达.运用双层规划模型和变分不等式相结合的方法,建立满足动态用户最优出发时间/路径选择条件的时变拥挤收费策略模型.表示为双层规划模型:上层模型确定收费路段在离散化的每个小时段的收费,以交通系统性能在各离散时段内达到最优为目标,进而使整个高峰时段的交通状况趋于平稳;下层模型表示瞬时动态用户均衡的出发时间/路径选择.

**关键词:** 智能交通系统; 动态交通分配; 双层模型

**中图分类号:** U121 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-855X(2007)03-0108-05

## Research on a Dynamic Congestion Pricing Model for Instantaneous Dynamic Departure Time / Route Choice

ZHANG Hua-xin, ZHOU Xi-zhao

(School of Economics and Management, Shanghai Maritime University, Shanghai 200135, China)

**Abstract** Departure time choice is also very important to travelers in addition to the route choice. Travelers will always change their departure time when facing the congestion pricing to avoid overcharge while trying to reach the destination within the decided time. A dynamic congestion pricing model satisfying the instantaneous dynamic departure time choice and route choice is established, which is represented by a bi-level model. The upper level of model is aimed at optimizing the whole transportation system in all the discrete intervals by determining the exact price in each small time interval by which the whole transportation system will be in a very stable situation. The lower level model shows that the instantaneous dynamic user equilibrium satisfying the departure time choice and route choice, which is represented as a VI problem.

**Key words** intelligent transportation system; dynamic traffic assignment; bi-level model

### 0 引言

拥挤道路收费被认为是减少交通拥挤的最有效方法之一.它作为一种高效的手段,在不改变路网基础设施的前提下提高道路网络总体容量,并且能够改变时空需求的分布,缓解高峰时的拥挤状况.在实际运用方面,新加坡等地已经付之实践.

Merchant 和 Nembauer<sup>[1]</sup>最早提出了动态交通分配的数学规划模型. Frizez<sup>[2]</sup>等将网络扩展至多个讫点,建立了动态交通分配的最优控制模型. Ran<sup>[3]</sup>等给出了变分不等式模型.任华玲、高自友<sup>[9]</sup>等建立了瞬时动态用户均衡问题的变分不等式模型.

上述文献所建立的 DTA 模型都是假定任意时刻、在任意节点的需求是已知的.然而,在实际的交通网络中,出行者的出发时间并不能事先给定,拥挤收费就是影响因素之一.在面临拥挤收费时,出行者往往要重新选择自己的出发时间,以避免多交费,同时还要尽量在规定的时间内到达.因此,在建立拥挤收费模型时,有必要考虑出发时间的确定问题.

收稿日期: 2006-10-20 基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (项目编号: 70371013)

第一作者简介: 张华歆 (1978-), 女, 在读博士研究生. 主要研究方向: 交通规划与交通管理. E-mail: Huaxinzhang@163.com

Ran et al<sup>[4]</sup>给出了一种求解出发时间和路径选择组合问题的双层最优控制模型; Ran et al<sup>[5]</sup>建立了基于路段的动态出发时间/路径选择的变分不等式模型; Huang 和 Lam<sup>[6]</sup>给出了基于路径情况下考虑排队现象的出发时间和路径选择的组合问题; Szeto 和 Lo<sup>[7]</sup>用元胞自动机 (CTM) 的方法, 建立了弹性需求下的出发时间和路径选择的变分不等式模型。

论文旨在描述一般网络结构中的时变拥挤收费与动态交通分配相结合的问题, 运用双层规划模型和变分不等式相结合的方法, 建立满足动态用户最优出发时间/路径选择条件的时变拥挤收费策略模型。

### 1 符号及相关约束

在一个多起点多讫点的强连通的交通网络中, 定义  $N$  为网络节点的集合,  $s$  为讫点,  $A$  为网络有向弧 (路段) 的集合,  $A_l$  为进入节点  $l$  的路段的集合,  $B_l$  为离开节点  $l$  的路段的集合,  $Y$  为收费路段的集合. 考虑高峰时段  $[0, T]$ , 对  $\forall t \in [0, T]$ , 引入如下变量。

$u_a(t)$  为时刻进入路段  $a$  的驶入流率,  $u_a^s(t)$  为  $t$  时刻进入路段  $a$  的要到讫点  $s$  去的驶入流率;  $v_a(t)$  为  $t$  时刻离开路段  $a$  的驶出流率,  $v_a^s(t)$  为  $t$  时刻离开路段  $a$  的要到讫点  $s$  去的驶出流率;  $x_a(t)$  为  $t$  时刻路段  $a$  上的流量,  $x_a^s(t)$  为  $t$  时刻路段  $a$  的要到讫点  $s$  去的流量;  $c_a(t)$  为  $t$  时刻路段上的瞬时出行时间;  $\varphi_p(t)$  为  $t$  时刻路径  $p$  上的瞬时出行阻抗;  $t_a(t)$  为  $t$  时刻进入路段  $a$  的车辆的实际出行时间;  $\mu_a(t)$  为  $t$  时刻收费路段  $a$  上的瞬时动态收费值, 以时间为单位;  $C_a(t)$  为  $t$  时刻路段  $a$  上的瞬时出行费用,  $C_a(t) = c_a(t) + \mu_a(t)$ ;  $\phi_p(t)$  为  $t$  时刻路径  $p$  上的瞬时出行费用;  $g_l^s(t)$  为  $t$  时刻在节点  $l$  产生的要到讫点  $s$  去的出发率;  $G_l^s(t)$  为  $t$  时刻在节点  $l$  产生的要到讫点  $s$  去的出发累积量, 总的累积量  $G_l^s(T)$  已知;  $\eta_l^s(t)$  为  $t$  时刻从节点  $l$  出发到讫点  $s$  的最小瞬时出行阻抗。

以上变量如下的关系式成立:

$$u_a(t) = \sum_s u_a^s(t), \forall a; \quad v_a(t) = \sum_s v_a^s(t), \forall a; \quad x_a(t) = \sum_s x_a^s(t), \forall a;$$

$$\varphi_p(t) = \sum_{a \in p} c_a(t), \forall p; \quad \phi_p(t) = \sum_{a \in p} C_a(t), \forall p.$$

给出路段  $a = (l, m)$  的相关约束, 状态方程如下:

$$\frac{dx_a^s(t)}{dt} = u_a^s(t) - v_a^s(t), \forall a \tag{1}$$

各节点处保持流量守恒约束:

$$\sum_{a \in A_l} v_a^s(t) + g_l^s(t) = \sum_{a \in B_l} u_a^s(t), \forall l \neq s, \forall s \tag{2}$$

如果  $l$  是起点, 则  $\sum_{a \in A_l} v_a^s(t)$  为 0

非负约束:

$$x_a(t) \geq 0, u_a(t) \geq 0, v_a(t) \geq 0, \forall a \tag{3}$$

边界约束:

$$x_a(0) = 0, v_a(0) = 0, \forall a \tag{4}$$

节点的状态方程:

$$\frac{dG_l^s(t)}{dt} = g_l^s(t), \forall l \neq s, s, t \tag{5}$$

节点的非负约束:

$$g_l^s(t) \geq 0, \forall l \neq s, s, t \tag{6}$$

节点的边界条件:

$$G_l^s(0) = 0, \forall l \neq s, s \tag{7}$$

把所考虑的高峰时间段  $[0, T]$  分成  $K$  个时段, 每个时段记为  $i (1 \leq i \leq K)$  或  $k (1 \leq k \leq K)$ .  $\bar{t}_a(i)$  为路段  $a$  在  $i$  时段的实际出行时间的四舍五入取整值. 同时路段上流入率与流出率之间的关系满足先进先出 (FIFO) 条件<sup>[9]</sup>.

用负效用函数来表示出行者 (驾驶员) 的出发时间选择, 表现为一加权和<sup>[8]</sup>: ① 在初始点的等待时间; ② 实际出行时间; ③ 迟到和早到的惩罚. 在拥挤收费的影响下还包括收费的影响. 因此可以构建为:

$$U_i^s(t) = \min\{\alpha(t - \theta_0) + \eta U_i^s(t) + t_i^s(t) + EOL_i^s[t, t_i^s(t); \hat{t}_i^s]\} \tag{8}$$

其中,  $\alpha$  为初始等待时间与费用的换算参数, 也可以为负值;  $\eta$  是道路收费的参数;  $t_i^s(t)$  是从节点  $l$  出发到讫点  $s$  的实际出行时间;  $EOL_i^s[t, t_i^s(t); \hat{t}_i^s]$  是从节点  $l$  出发到讫点  $s$  的迟到与早到的负效用;  $\hat{t}_i^s$  是期望到达时间的均值<sup>[8]</sup>.

### 2 下层动态出发时间 / 路径选择的变分不等式模型

在拥挤收费的影响下, 出行者可以通过调节其出发时间以避免收费期、缩短出行时间、并在指定期间内到达目的地. 同样, 出行者调整其出发时间也会改变路网中的交通状况, 进而影响出行者的出行路径选择. 因此, 出行者的出发时间选择与路径选择是相互联系的.

#### 2.1 下层变分不等式模型

根据文献 [10], 提出收费条件下出发时间与路径选择的组合瞬时 DUO 状态定义.

**定义** 如果在任意时刻, 任意决策点, 出行者选择的出行时间都能使他们的负效用最小; 同时, 在任意时刻, 被使用的路径都有相同的瞬时出行费用 (阻抗与道路收费额), 且都等于最小的瞬时出行费用, 那么此时的动态路径流称为满足出发时间与路径选择的组合瞬时 DUO 状态.

#### 动态出发时间选择问题

根据定义, 在动态用户最优条件下, 在任意时刻节点  $l$  处, 如果有正的出发率  $g_i^s(t) > 0$  则负效用  $U_i^s(t)$  在  $t$  时刻一定等于节点  $l$  至讫点  $s$  间最小的负效用. DUO 出发时间选择条件可以表示为:

$$U_i^s(t) - U_{l, \min}^s \geq 0 \quad \forall l \neq s, s, t \tag{9}$$

$$(U_i^s(t) - U_{l, \min}^s)g_i^s(t) = 0 \quad \forall l \neq s, s, t \tag{10}$$

$$g_i^s(t) \geq 0 \quad \forall l \neq s, s, t \tag{11}$$

#### 动态路径选择问题

如果  $u_i^s(t) > 0$  则在  $t$  时刻至讫点  $s$  的出行者使用了路段  $a$ . 定义路段  $a$  为  $(l, m)$ , 则根据定义, 瞬时动态用户最优条件可以表示为:

$$[\eta U_m^s(t) + C_a(t) - \eta U_l^s(t)]u_i^s(t) = 0 \quad \forall a, \forall s \tag{12}$$

$$\eta U_m^s(t) + C_a(t) \geq \eta U_l^s(t), \quad \forall a, \forall s \tag{13}$$

$$u_i^s(t) \geq 0 \tag{14}$$

记  $\Delta_a^s(t) = \eta U_m^s(t) + C_a(t) - \eta U_l^s(t)$ .

根据以上分析, 建立 DUO 出发时间 / 路径选择的变分不等式模型 (P1):

$$\int_0^T \sum_l \sum_s \sum_a [u_a^{s*}(t) - u_a^s(t)] \Delta_a^s(t) + \sum_l \sum_s [(g_l^s(t) - g_l^{s*}(t)) U_l^s(t)] dt \geq 0 \tag{15}$$

满足约束 (1) ~ (7). 同时满足上面的动态出发时间选择条件和动态路径选择条件的最优解记为  $g_l^{s*}(t)$  和  $u_a^{s*}(t)$ . 等价性证明方法可参考文献 [10].

### 3 上层收费模型

采取道路收费的措施, 其最主要的目的不是为了增加财政收入, 而是缓解严重的交通拥挤现象.

系统总体出行时间是衡量交通系统性能的一个主要指标. 但若以该指标作为总体目标, 有可能导致交通系统的不平衡性. 如果在每个离散时段, 交通系统的总体出行时间在这个时段的交通状况下都能够达到相对最小, 则整个时间段内的系统性能即会趋于平稳, 这对于交通管理者来说是比较理想的效果. 因此本文建立上层模型的目标函数为每个离散时段内瞬时系统总出行时间最小, 具体模型如 (P<sub>2</sub>).

$$\min F_2(u, \mu) = \sum_a c_a(k) u_a(k) \tag{16}$$

$$s.t. \quad \mu_a^{\min}(k) \leq \mu_a(k) \leq \mu_a^{\max}(k) \quad \forall a \in Y \tag{17}$$

$$\mu_a = 0 \quad \forall a \in Y \tag{18}$$

式 (16) 表示, 在每个时段, 在收费的作用下都使整个交通网络总的出行时间达到最小; 式 (17) 表示在收费路段的收费有上下限, 不是无限制收费; 式 (18) 表示不收费路段的收费为 0  $k$  为离散化的时段.

为了求解模型, 需要把下层模型再进行离散化处理 (P<sub>3</sub>).

$$\sum_k \sum_s \sum_a [u_a^s(k) - u_a^*(k)] \Delta_a^*(k) + \sum_k \sum_l \sum_s [g_l^s(k) - g_l^*(k)] U_l^*(k) \geq 0 \quad (19)$$

约束条件为:

$$x_a(k+1) = x_a(k) + u_a(k) - v_a(k), \quad \forall a, \forall s \quad (20)$$

$$\sum_{a \in A_l} v_a^s(k) + g_l^s(k) = \sum_{a \in B_l} u_a^s(k), \quad \forall l \neq s, \forall s \quad (21)$$

$$\sum_k G_l^s(k) = G_l^s(T) \quad (22)$$

非负约束:

$$x_a(k) \geq 0, u_a(k) \geq 0, v_a(k) \geq 0 \quad \forall a, \quad g_l^s(k) \geq 0, \quad \forall l \neq s, s, k \quad (23)$$

边界约束:

$$G_l^s(0) = 0 \quad \forall l \neq s, s, \quad x_a(0) = 0 \quad \forall a \quad (24)$$

以及 FIFO 条件.

综合以上, 动态收费的双层模型就建立起来. 交通管理者通过收费来宏观控制交通状况, 影响出行者的出行选择; 出行者出行选择的变化又引发交通宏观控制的变化, 这也就是上层管理者与下层出行者之间的一个博弈过程. 因此, 在每个时段的收费策略下, 出行者调整出行方案, 下层模型达到瞬时的动态用户均衡; 而上层出行者通过出行者的反应再次调整收费策略, 这样循环往复, 以使整个系统在每个时段都达到拥挤程度最小的目的.

#### 4 该模型的经济意义

随着改革开放以来我国经济的高速发展, 中心城区的交通拥堵问题一直困扰着诸多大中小城市, 也给交通管理工作带来了巨大的挑战. 实践证明, 通过多修路桥等方法已经不能缓解日益严重的交通拥挤现象, 相反, 甚至可能产生 Braess 诡异现象, 使问题越来越严重.

据此, 有学者提出从交通需求角度来寻找解决问题的方法, 拥挤道路收费就是其中之一. 论文运用动态交通分配理论来研究动态拥挤收费, 所建模型的经济意义表现如下:

##### 4.1 得到具体的动态收费策略

通过该模型, 可以根据交通路网的实时交通信息, 通过下层的动态分配模型得到在这一时刻交通路网的状况下的路网均衡, 进而再通过上层模型制定符合此路网条件的收费策略, 以缓解局部路段过度拥挤的问题. 另一方面, 由于交通系统的复杂性, 静态交通均衡理论已经越来越不适于描述现实的交通网络. 文中以动态交通分配理论为基础, 得到时变的道路收费策略, 可以更好的反应交通系统现状, 并且更好的协调交通需求的分布.

##### 4.2 调整出行者的出行时间

通过本模型得出的道路收费措施还可以间接调整出行者的出行时间, 把一部分时间价值不高、不急于出行的出行者分散至非拥挤时段, 达到路网系统时空上的综合利用. 这样在满足下层动态用户均衡的条件下, 也能够达到整个交通系统性能最佳的目标.

##### 4.3 力求交通系统性能的平稳性

实践表明, 目前城市中心城区交通拥挤仍旧呈现了比较明显的规律性, 即存在早晚高峰时段. 论文上层收费策略模型是以各小时段内交通系统性能最佳为目标, 就是为了保障交通系统各时段的平稳性, 把不必要高峰时出行的出行者分流至其他时段, 以最大可能最高效率的使用现有的道路资源.

#### 5 总结

出行者的出行选择当中, 除了路径选择之外, 出发时间也是一个重要的因素. 如何合理选择出发时间, 以达到其负效用的最小是其出行选择的关键. 拥挤道路收费不仅能够把拥挤路段的交通流量分流至非拥挤路段, 同时也可以影响出行者的出发时间选择, 以达到缓解交通的目的. 对此建立了满足瞬时动态用户最优出发时间/路径选择的时变道路收费双层模型: 下层满足 DUO-DT/TR 选择, 上层是收费策略模型. 该模型的算法, 由于篇幅有限, 将另文发表.

## 参考文献:

- [1] Merchant D K, Nemhauser G L. A Model and an Algorithm for the Dynamic Traffic Assignment[J]. Transportation Science, 1976, 12: 62-77.
- [2] Friesz T L, Luque F J, Tobin R L, et al. Dynamic Network Traffic Assignment Considered as a Continuous Time Optimal Control Problem[J]. Operations Research, 1989, 37: 893-901.
- [3] Ran B, Boyce D E, LeBlanc L J. A New Class of Instantaneous Dynamic User-Optimal Traffic Assignment Models[J]. Operations Research, 1993, 41(1): 192-202.
- [4] Ran B, Boyce D E, LeBlanc L J. Dynamic User-Optimal Departure Time and Route Choice Model: a Bilevel Optimal Control Formulation. ADVANCE Working paper 12. Urban Transportation Center, University of Illinois at Chicago, 1992.
- [5] Ran B, Hall R W, Boyce D E. A Link-Based Variational Inequality Model for Dynamic Departure Time/Route Choice[J]. Transportation Research B, 1996, 30(1): 31-46.
- [6] Huang H J, Lam W H K. Modeling and Solving the Dynamic User Equilibrium Route and Departure Time Choice Problem in Network with Queues[J]. Transportation Research B, 2002, 36: 253-273.
- [7] Szeto W Y, Lo H K. A Cell-Based Simultaneous Route and Departure Time Choice Model with Elastic Demand[J]. Transportation Research B, 2004, 38: 593-612.
- [8] 周溪召, 张华歆. 基于拥挤收费的动态出发时间选择[J]. 上海理工大学学报, 2005, 27(6): 543-546.
- [9] 任华玲, 高自友. 瞬时动态用户最优问题的统一模型及算法研究[J]. 土木工程学报, 2003, 36(7): 95-99.
- [10] 高自友, 任华玲. 城市动态交通流分配模型与算法[M]. 北京: 人民交通出版社, 2005.

(上接第 107 页)

## 4 结论及政策建议

从理论上的分析得出我国房地产价格与居民可支配收入具有长期的正向关系, 即居民收入的提高在长期内会推动房地产价格的上涨. 从对 1990~2005 年及所选的 20 个省份的实证分析表明: 我国房地产价格对居民可支配收入的弹性为 0.23, 即我国居民可支配收入每增长 1% 房地产价格将上涨 0.23%, 同时也得出我国当期房地产价格一定程度上受到前期房地产价格的影响, 其弹性为 0.86%. 再通过用房价收入比来验证发现: 在房地产价格和居民可支配收入均保持较快增长的情况下, 房价收入比却呈下降趋势.

综上所述, 面对我国房地产价格逐年上涨的情况, 我们应该采取明智的政策. 一方面要认清名义房地产价格和实际房地产价格, 因为一般情况下所说的房地产价格都是指当年的名义房地产价格, 其中包含当年的通货膨胀率, 而只有实际房地产价格才能真实反映房地产价格上涨情况; 另一方面不能因为房地产价格太高而设法降低房地产价格, 只能控制房地产价格的过快上涨, 因为房地产价格在一定程度上是随着居民收入提高而上涨的, 况且长期来看房地产价格一定程度上涨将伴随着我国房价收入比的下降.

## 参考文献:

- [1] 郑华. 房地产市场分析法[M]. 北京: 高等教育出版社, 2003.
- [2] 中国人民银行营业管理部课题组. 北京市房地产市场研究[M]. 北京: 中国经济出版社, 2004.
- [3] 高铁梅. 计量经济分析方法与建模—EViews 应用及实例[M]. 北京: 清华大学出版社, 2005.
- [4] 杨文武. 房价收入比的理性认识[J]. 价格理论与实践, 2004(10): 17-18.
- [5] 王淑云. 信贷投入对房地产价格走势影响的实证研究[J]. 金融与经济, 2005(10): 38-39.
- [6] 严金海. 中国房价与地价: 理论、实证和政策分析[J]. 数量经济技术经济研究, 2006(1): 17-26.
- [7] 张目. 外资流入对我国房地产价格影响分析[J]. 经济观察, 2006(3): 72-73.
- [8] 张洪月, 赵光洲, 王剑芳. 新形势下房地产开发企业发展战略转换与对策研究[J]. 昆明理工大学学报: 理工版, 2005, 30(6): 105-108.