

# 用有限元强度折减法求加筋土挡墙的稳定安全系数

钟国强,周亦唐,葛晓旭,赵惠敏,俞进  
(昆明理工大学 建筑工程学院,云南 昆明 650224)

**摘要:**利用有限元法,通过强度折减来求加筋土挡墙的稳定安全系数.通过强度折减,在系统达到不稳定状态时,有限元计算将不收敛,此时的折减系数就是安全系数.安全系数的大小与所采用的屈服准则有很大的关系,本文试图对几种常用的屈服准则进行比较,并导出了各种准则互相代换的关系,并采用莫尔—库仑等面积圆屈服准则代替莫尔—库仑准则,该方法求得的加筋土挡墙的稳定安全系数与传统的计算结果十分接近.

**关键词:**有限元;加筋土挡墙;屈服准则;稳定安全系数

**中图分类号:**TU432 **文献标识码:**A **文章编号:**1007-855X(2003)01-0123-04

## Analysis on Safety Coefficient of Reinforced Earth Walls with FEM c - Reduction

ZHONG Guo-qiang, ZHOU Yi-tang, GE Xiao-xu, ZHAO Hui-min, YU Jin

(Faculty of Architectural Engineering, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650224, China)

**Abstract:** Through c - reduction, an analysis on safety factor of reinforced earth walls is presented by FEM. When the system reaches instability, the numerical non - convergence occurs simultaneously. Accordingly the safety coefficient, which is closely related to the yield criterion, is obtained by c - reduction algorithm. This paper presents a comparison of several commonly used yield criteria, deduces the substitutive relationship among them, and replace the Mohr - Coulomb criterion by Mohr - Coulomb equivalent area circle criterion. The safety factor of FEM is fairly close to the result of traditional limit equilibrium method. The application of the proposed method is clearly exhibited.

**Key words:** finite elements; reinforced earth walls; yield criterions; stability safety coefficient

### 0 引言

土工格栅加筋土挡墙是在公路建设中应用得比较广泛的一种土工加筋技术.加筋土挡墙支挡结构能够经受比钢筋混凝土墙大得多的沉降量,其中加筋土挡墙最大的优点在于它对软弱地基的适应性和承受变形的能力.在公路建设中,支挡结构的设计是不可避免的,支挡结构不仅用作桥台、翼墙,也可用于增加边坡稳定和减少道路用地.利用土工格栅加筋土挡墙技术可以节约资金,提高工程质量和档次,缩短施工时间,并成功地修建了一些大规模的加筋土挡墙.但是,目前研究加筋土挡墙稳定性的传统方法主要有:极限平衡法,极限分析法,滑移线场法等.这些建立在极限平衡理论基础上的各种稳定性分析方法没有考虑土体内部的应力应变关系,没有考虑土体与筋材的相互作用关系,无法分析加筋土挡墙破坏的发生和发展过程,没有考虑土体和支挡结构的共同作用及其变形协调,在求其稳定安全系数时通常需要假定滑裂面形状为折线,圆弧,对数螺旋线等.而有限单元法不但满足力的平衡条件,而且考虑了材料的应力应变关系和土体与筋材的相互作用关系,使得计算结果更加精确合理.在有限元法中通过强度折减,使系统达到不稳定状态,有限元程序计算不收敛,此时的折减系数就是安全系数,这种方法在国外20世纪80年代就采用,

收稿日期:2002-07-08; 基金项目:云南省自然科学基金资助项目(项目编号:2001E0022M).

第一作者简介:钟国强(1977.6~),男,硕士;主要研究方向:岩土工程.

但由于力学概念不十分明确,而且受到计算程序和计算精度的影响,因而这种方法至今没有在国内流行.随着计算机技术的发展,尤其是岩土材料的非线性弹塑性有限元计算技术的发展,出现了许多适合于岩土材料的大型通用有限元软件,其前、后处理的功能越来越强大,为利用有限元法进行加筋土挡墙稳定性分析创造了条件.

传统的极限平衡法采用莫尔—库仑准则,但因莫尔—库仑准则的屈服面为不规则的六角形截面的角锥体表面,存在尖顶和棱角,给数值计算带来困难.为与传统方法比较,本文采用了文献[3]提出的莫尔—库仑等面积圆屈服准则代替莫尔—库仑准则,并导出各准则间的换算关系,由此可求得的安全系数折算成莫尔—库仑等面积圆屈服准则下的安全系数.

## 1 有限元法进行加筋土挡墙稳定性分析的优点

如果有限元法保持足够的计算精度,那么有限元法较传统方法具有如下优点:

- (1) 能够对具有复杂地貌,地质的加筋土挡墙进行计算;
- (2) 考虑了土体的非线性弹塑性本构关系,以及变形对应力的影响;
- (3) 能够模拟土坡的失稳过程及其滑动面形状;
- (4) 能够模拟土体与加筋材的共同作用;
- (5) 求解安全系数时,可以不需要假定滑动面的形状,也无需进行条分.

## 2 常用的屈服准则

本文计算采用的是理想的弹塑性模型.目前流行的有限元软件 ANSYS,以及 MARC, PATRAN, NAS-TRAN 等均采用广义的米赛斯准则,也称为德鲁克—普拉格准则(D—P 准则):

$$F = \alpha I_1 + \sqrt{J_2} = k \quad (1)$$

式中:  $I_1$ ,  $J_2$  分别为应力张量的第一不变量和应力偏张量的第二不变量.

这是一个通用表达式,通过变换  $\alpha, k$  的表达式就可以在有限元中实现不同的屈服准则.  $\alpha, k$  是与岩土材料内摩擦角  $\varphi$  和粘聚力  $c$  有关的常数.如图 1.

(1) 当  $\alpha, k$  满足下列表达式时

$$\alpha = \frac{2\sin\varphi}{\sqrt{3}(3-\sin\varphi)} \quad k = \frac{6c\cos\varphi}{\sqrt{3}(3-\sin\varphi)} \quad (2)$$

屈服面在  $\pi$  平面上为不等角度的六边形的外接圆.

(2) 当  $\alpha, k$  满足下列表达式时

$$\alpha = \frac{\sin\varphi}{\sqrt{3}(3+\sin^2\varphi)} \quad k = \frac{\sqrt{3}c\cos\varphi}{\sqrt{3+\sin^2\varphi}} \quad (3)$$

屈服面在  $\pi$  平面上为不等角度的六边形的内接圆,在国内特指此圆为 D—P 准则,用此准则时,塑性区最大.

(3) 当  $\alpha, k$  满足下列表达式时

$$\alpha = \frac{\sin\varphi}{\sqrt{3}(\sqrt{3}\cos\theta_\delta - \sin\theta_\delta\sin\varphi)} \quad k = \frac{\sqrt{3}c\cos\varphi}{\sqrt{3}\cos\theta_\delta - \sin\theta_\delta\sin\varphi}$$

$$\theta_\delta = \arcsin\left\{-\frac{2}{3}A\sin\varphi + \left[\frac{4}{9}A^2\sin^2\varphi - 4\left(\frac{\sin^2\varphi}{3} + 1\right) \times \left(\frac{A^2}{3} - 1\right)\right]^{1/2} / \left[2\left(\frac{\sin^2\varphi}{3} + 1\right)\right]\right\}$$

$$A = \sqrt{\frac{\pi(9 - \sin^2\varphi)}{6\sqrt{3}}} \quad (4)$$

这就是莫尔—库仑等面积圆屈服准则,它的面积等于不等角六边形莫尔—库仑屈服准则,它比当前采用的逼近不等角的近似屈服曲线有更高的计算精度.

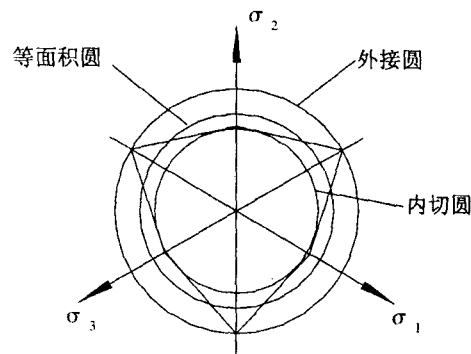


图 1  $\pi$  平面上不同  $\alpha, k$  的屈服曲线

### 3 安全系数的定义

上述的屈服准则表示为:

$$F = \frac{\alpha}{\omega} I_1 + \sqrt{J_2} + \frac{k}{\omega} \quad (5)$$

式中:  $\omega$  为达到极限状态时的安全系数.

计算时,首先选取初始折减系数,折减土体强度参数,将折减后的参数作为输入,进行有限元计算,如果程序收敛,则土体仍处于稳定状态,然后再增加折减系数,直到不收敛为止,此时的折减系数即为加筋土挡墙的稳定系数  $\omega$ ,此时的滑移面即为实际的滑移面,这种方法称为土体强度折减系数法.

### 4 屈服条件的转换

采用不同的屈服条件得到的加筋土挡墙的稳定安全系数是不同的,但这些屈服条件可以互相转换.下面提出如何将实际所采用的屈服准则求得的安全系数转换成莫尔-库仑条件下的安全系数.

外接圆屈服准则如式(2)表示,莫尔-库仑等面积圆屈服准则如式(4)表示.由于:

$$\eta = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{k_1}{k_2} = \sqrt{\frac{2\pi}{3\sqrt{3}} \times \frac{3 + \sin\varphi}{3 - \sin\varphi}} = f(\varphi) \quad (6)$$

$$\text{即: } \alpha_1 = \eta\alpha_2, k_1 = \eta k_2, f_1 = -\alpha_1 I_1 + k_1 = -\eta\alpha_2 I_1 + \eta k_2 = \eta(-\alpha_2 I_1 + k_2), \text{ 则, } \frac{f_1}{f_2} = \frac{\eta(-\alpha_2 I_1 + k_2)}{-\alpha_2 I_1 + k_2} = \eta.$$

显然  $\eta$  与  $\varphi$  有关,当给定土体的内摩擦角  $\varphi$  时,可以计算两种屈服准则的屈服强度的比值.求得二准则之间的屈服强度之比  $\eta$  后,即能将实际所采用的屈服准则求得的安全系数转换成莫尔-库仑等面积屈服准则条件下的安全系数.

### 5 工程应用

某加筋土挡墙工程,采用路肩式加筋土挡墙,墙高9m,土容重  $\gamma = 22 \text{ kN/m}^3$ ,粘聚力  $c = 20 \text{ kPa}$ ,内摩擦角  $\varphi = 30^\circ$ ,泊松比  $\nu = 0.3$ ,土的变形模量23 MPa,塑料土工格栅加筋材弹性模量  $1.0 \times 10^3 \text{ MPa}$ ,泊松比  $\nu = 0.3$ ,筋材间距0.6m,筋材长度8m.有限元计算程序按照平面应变问题处理,土体用平面单元 plane2 模拟;加筋材用杆单元 link1 模拟;面板用梁单元 beam3 模拟;土体与筋材之间加入点点接触的古德曼单元 contact12,其横向刚度、竖向刚度分别为  $K_t = 1 \times 10^7 \text{ kN/m}$ ,  $K_n = 1 \times 10^8 \text{ kN/m}$ .网格划分见图2,有限单元划分包含土单元900个,接触单元588个,加筋材单元280个,面板单元30个.

程序计算开始后,从小到大逐渐调整折减系数  $\omega$ ,试运行上述模型的有限元程序直到程序不收敛,此时的折减系数  $\omega$  即安全系数为1.45.目前流行的有限元软件 ANSYS 等有强大的后处理功能,进行有限元程序计算后,通过后处理的图形输出功能可以形象看出土体的哪些单元先进入塑性区.此时的塑性区变形

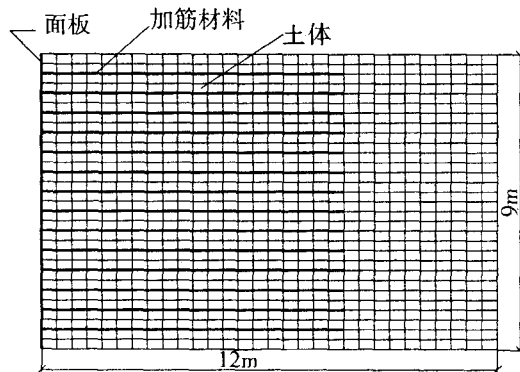


图2 网格划分图

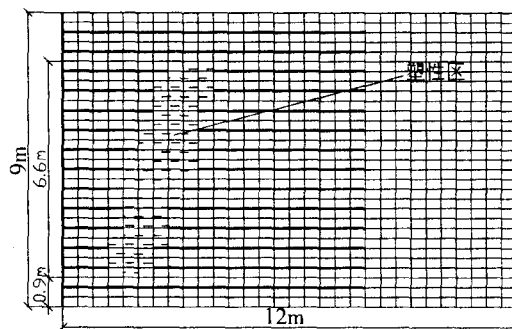


图3  $\omega = 1.45$  时出现的塑性区

情况见图3,塑性区出现在筋材应力最大附近处的土体中,从图中可以看出滑移面的大致形状。

## 6 结论

应当说明,因为传统的边坡稳定极限平衡方法采用莫尔-库仑屈服准则,安全系数定义为沿滑动破坏面的抗剪强度与滑动面上实际剪力的比值,当这个安全系数折减去强度折减系数 $\omega$ (即安全系数)后,边坡达到极限状态也就是说边坡的安全系数等于1,所以说有限元强度折减法在本质上与传统方法是一致的,采用有限元强度折减法计算加筋土挡墙稳定安全系数是可行的,但应给出对有限元的计算精度要求。

通过以上分析,可得出如下结论:

(1) 有限单元法不需要作某些假设,计算模型不仅满足力的平衡方程,而且满足土体的应力应变关系,计算结果更可靠;

(2) 有限元法中的强度折减理论,其折减系数本身就是传统意义上的稳定系数,通过强度折减来分析结构的稳定性,直到临界状态为止,此时折减系数就是所要求的稳定系数;

(3) 计算模型的建立,包括计算范围、边界条件、网格划分密度等应满足实际工程的精度要求。如果网格划分太粗,将会造成很大的误差;

(4) 所求的安全系数的大小与所采用的屈服准则有关。莫尔-库仑屈服准则是目前加筋土挡墙稳定性分析中被广泛采用的屈服准则,但是莫尔-库仑屈服准则存在尖顶和棱角,给数值计算带来困难。而采用莫尔-库仑等面积屈服准则进行计算,不但满足屈服准则的通用表达式 $F = \alpha I_1 + \sqrt{J_2} = k$ ,使有限元数值计算变得方便,而且计算结果与传统的莫尔-库仑屈服准则计算结果比较接近。

### 参考文献:

- [1] 钱家欢,殷宗泽. 土工原理与计算·第二版[M]. 北京:中国水利水电出版社,1996.
- [2] 龚晓南. 土工计算机分析[M]. 北京:中国建筑工业出版社,2000.
- [3] 徐干成,郑颖人. 岩土工程中屈服准则应用的研究[J]. 岩土工程学报,1990,12(2):93~99.
- [4] 赵尚毅等. 用有限元强度折减法求边坡稳定安全系数[J]. 岩土工程学报,2002,3.
- [5] 郑颖人,龚晓南. 岩土塑性力学基础[M]. 北京:中国建筑工业出版社,1989.

(上接第116页)

从上表可以看出1996~1999年期间,就总产值生产率来看最影响企业劳动生产率的因素是企业的规模,而地区分布因素影响最小;影响生产率增长情况较大的是企业的所有制类型和地区分布差异,这与我们通常的认识较为吻合,即在企业体制改革的进程中改革企业的产权状况,选择更灵活的管理体制和经营机制较大地促进了企业生产率的提高,而地区分布差异对生产率增长的贡献不言而喻是受到了各地经济发展情况的影响;对产值利润率和资本利润率所进行的分析使我们认识到企业的规模对其获利能力的影响并不是关键性的因素,而所有制的影响除了国有企业有较大的差异外,总的来说对企业获利能力的影响也并不象我们先前所认为的那样的大。根据上述讨论,在进行企业经济绩效分析时,通过适当的修正可以更客观地评价企业在行业中的情况,即可以横向(与不同类型的企业)亦可以纵向(与本企业不同年份)分析企业绩效水平的变化,值得注意的是进行不同年份或多年平均的企业绩效比较时,对影响因素修正的应采用不同的权重系数。

### 参考文献:

- [1] 国家统计局固定资产投资统计司. 中国建筑业统计年鉴[M]. 北京:中国统计出版社,1996~2000.
- [2] 加利. H. 杰弗逊,英德杰特. 辛格. 中国企业改革[M]. 北京:中国财政经济出版社,2000.
- [3] 魏后凯. 从重复建设走向有序竞争[M]. 北京:人民出版社,2001.
- [4] 财政部统计评价司. 企业绩效评价问答[M]. 北京:经济科学出版社,1999.