

由灰色关联度确定权重的客观多目标决策法

周斌

(新疆轻工职业技术学院,新疆 乌鲁木齐 830021)

摘要: 提出一种由灰色关联度确定权重的客观多目标决策方法,该法充分利用了实际指标因素值的相互关联性,建模思路明确,决策结果区别度大,实证分析表明本法是可行,有效的.

关键词: 灰色关联度; 权重; 多目标决策

中图分类号: N941.5 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007 - 855X(2003)05 - 0159 - 03

A Grey Relation Grade Method of Calculating Weights in Multiobjective Decision - making

ZHOU Bin

(Xinjiang Light Industry Technical Institute, Wulumuqi, 830021, China)

Abstract: A grey relation grade method of calculating weights in multiobjective decision - making is put forward, which fully utilizes the relativity of the target value of the various factors. The thinking pattern of the building model is quite clear. There is a big difference in comprehensive evaluation value between the factors. A practical example is also given to show the feasibility and effectiveness of this method.

Key words: grey relation grade; weight; multiobjective decision - making

0 引言

在社会经济系统中遇到的许多综合效益的评价问题,它们在本质上往往是灰色多目标决策问题,这方面的研究已有不少的成果,但很少见到由灰色关联度确定权重的报道.本文从灰色关联度出发,找到一种由灰色关联度确定权重,再综合整个因素指标空间的影响,进行客观多目标决策的新方法.

1 目标类型及属性值的规范化方式

设多指标决策方案集合为 $A = \{A_1, A_2, A_3, \dots, A_n\}$

因素指标集合为 $V = \{V_1, V_2, \dots, V_m\}$

方案 A_i 对指标 V_j 的属性值记为, $y_{ij} (i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m)$

通常指标有“效益型”和“成本型”.对效益型指标,是指属性值越大越好,成本型指标是指属性值越小越好.

定义 1 记理想决策方案 A_0 对指标 V_j 的属性值为 Y_{0j} 且满足:

当因素指标 V_j 为效益型指标时 $Y_{0j} = \max(Y_{1j}, Y_{2j}, \dots, Y_{nj})$

当因素指标 V_j 为成本型指标时 $Y_{0j} = \min(Y_{1j}, Y_{2j}, \dots, Y_{nj})$

则称矩阵 $Y = (Y_{ij})_{(n+1) \times m} (i = 0, 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m)$

为方案集 A 对指标集 V 的决策矩阵.

为了消除量纲和量纲单位不同所带来的不可公度性,首先将评价指标进行无量纲化处理,再进行初值化处理.

收稿日期:2003 - 04 - 30.

第一作者简介:周斌(1961.8~),男,讲师,主要研究方向:系统工程.

定义 2^[2] 对一个向量的所有分量均用它的第一个分量去除,而得到一个新向量的方法叫做初始化处理.

定义 3^[3] 若 $Y_{ij} = Y_{ij}/Y_{0j}$ ($i = 0, 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m$) (1)

则称矩阵 $Y = (Y_{ij})_{(n+1) \times m}$ 为矩阵 $Y = (Y_{ij})_{(n+1) \times m}$ 的初始化矩阵. 经过初始化处理后,很显然, $Y_{0j} = 1$ ($j = 1, 2, \dots, m$), 这里理想方案 $A_0 = (1, 1, \dots, 1)_m$, 以 Y_{0j} 为母因素, 以 Y_{ij} 为子因素, 就可以得到其它方案与理想方案的灰色关联度.

2 由灰色关联度确定权重的客观多目标决策法

2.1 灰色关联度的计算

定理 1^[2] 记 (S, \cdot) 为灰色关联空间, \cdot 为特定关联映射, r_{ij} 为子因素 Y_{ij} ($i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m$) 关于母因素 Y_{0j} ($j = 1, 2, \dots, m$) 的灰色关联度, 则有:

$$r_{ir} = \frac{\min_n \min_m |Y_{0j} - Y_{ij}| + \max_n \max_m |Y_{0j} - Y_{ij}|}{|Y_{0j} - Y_{ij}| + \max_n \max_m |Y_{0j} - Y_{ij}|} \quad (2)$$

其中 r_{ir} 为分辨系数, 取值范围为 $0 < r_{ir} < 1$, 通常取 $r_{ir} = 0.5$.

定义 4 称由 $n \times m$ 个灰色关联度 r_{ij} ($i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m$) 组成的矩阵 $F = (r_{ij})_{n \times m}$ 为多目标灰色关联度判断矩阵, 即

$$F = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1m} \\ r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{n1} & r_{n2} & \dots & r_{nm} \end{pmatrix}$$

2.2 权重的确定及综合评价

考虑到 $(r_{1j}, r_{2j}, \dots, r_{nj})$ 是 n 个方案对第 j 个指标以 Y_{0j} 为母因素, 以 Y_{ij} ($i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m$) 为子因素的灰色关联度. 而且事实上它们反映了每一个方案的第 j 个实际因素值与理想值的关联程度, 故其平均值的

$$\bar{r}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n r_{ij} \quad (j = 1, 2, \dots, m) \quad (3)$$

就反映了第 j 个指标在整个指标空间 V 中所占的比重.

将 \bar{r}_j ($j = 1, 2, \dots, m$) 归一化处理, $w_j = \bar{r}_j / \sum_{j=1}^m \bar{r}_j$ ($j = 1, 2, \dots, m$), 因此可将 $W = (w_1, w_2, \dots, w_m)$ 作为指标的权重.

2.3 计算综合评价

$$D_i = \sum_{j=1}^m w_j Y_{ij} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (4)$$

D_i 值越大说明方案 A_i 与理想方案 A_0 的接近程度越高, 因此可根据 D_i 值的大小对各方案进行优劣决策分析.

3 实例

为说明本文方法的有效性, 现引用文[1]中算例.

已知: 方案集 $A = \{\text{北京, 上海, 天津, 云南}\}$

指标集 $V = \{\text{资金利润率, 销售利润率, 全员劳动生产率, 综合能耗, 物耗, 投资比率}\}$

表1 全国科技进步综合排名

城市	指标	资金利润率 / %	销售利润率 / %	全员劳动生产率 / %	综合能耗 / %	物耗 / %	投资比率 / %
北京		29.09	24.05	1.94	4.55	67.40	67.60
上海		36.97	22.90	2.60	2.43	67.90	54.55
天津		29.13	20.40	1.97	3.60	68.70	64.00
云南		23.92	24.05	1.17	7.92	58.10	55.20

资料来源:《中国经济年鉴》1987年版.

根据表1所给的数据,可以知道相对最佳方案 A_0 {36.97, 24.05, 2.60, 2.43, 58.1, 67.60} 方案集 A 对指标集 V 的属性矩阵为 Y .

$$Y = \begin{pmatrix} 36.97 & 24.05 & 2.60 & 2.43 & 58.10 & 67.60 \\ 29.09 & 24.05 & 1.94 & 4.55 & 67.40 & 67.60 \\ 36.97 & 22.90 & 2.60 & 2.43 & 67.90 & 54.55 \\ 29.13 & 20.40 & 1.97 & 3.60 & 68.70 & 64.0 \\ 23.92 & 24.05 & 1.17 & 7.92 & 58.10 & 55.20 \end{pmatrix}$$

根据(1)式对 Y 进行初值化处理,得到初始化矩阵 Y .

$$Y = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0.7869 & 1 & 0.7462 & 0.5341 & 0.8620 & 1 \\ 1 & 0.8419 & 1 & 1 & 0.8557 & 0.8070 \\ 0.7879 & 0.7500 & 0.7577 & 0.6750 & 0.8458 & 0.9467 \\ 0.6470 & 1 & 0.4500 & 0.3068 & 1 & 0.8166 \end{pmatrix}$$

在得到初始化矩阵 Y 后,根据定理1及公式(2),就可以得到灰色关联度判断矩阵 F .

$$F = \begin{pmatrix} 0.6192 & 0.7495 & 0.5772 & 0.4265 & 0.7153 & 1 \\ 1 & 0.6868 & 1 & 1 & 0.7060 & 0.6423 \\ 0.6204 & 0.5810 & 0.5885 & 0.5161 & 0.6920 & 0.8668 \\ 0.4954 & 1 & 0.3866 & 0.3333 & 1 & 0.6539 \end{pmatrix}$$

由公式(3)可得 $\bar{r} = (\bar{r}_1, \bar{r}_2, \bar{r}_3, \bar{r}_4, \bar{r}_5, \bar{r}_6)$
 $= (0.6838, 0.7543, 0.638, 0.569, 0.778, 0.79)$

可确定权重 $W = (w_1, w_2, w_3, w_4, w_5, w_6)$
 $= (0.162, 0.179, 0.151, 0.135, 0.185, 0.188)$

计算综合评价价值 $D = (D_1, D_2, D_3, D_4)$
 $(0.811, 0.909, 0.801, 0.731)$

由 $D_2 > D_1 > D_3 > D_4$ 可知这四个地区的排名由高到低依次为:上海、北京、天津、云南.此结果与文[1]完全一致,但本文中综合评价值的区别度要大于文[1]中各个决策方案的投影值,而且计算简单,实例分析表明此决策模型是有效的.

参考文献:

- [1] 吕锋,崔晓辉.多目标决策灰色关联投影法及其应用[J].系统工程理论与实践,2002,22(1):103~107.
- [2] 邓聚龙.灰色系统理论教程[M].武汉:华中理工大学出版社,1990.
- [3] 陈冬林,黎志成.信息系统投资项目评价指标确定与灰色综合评价[J].系统工程理论与实践,2002,22(2):100~103.