

# 相邻不同大地基准系统的 转换及数学模型研究

施 昆, 蒋利龙, 戴全发

(昆明理工大学 国土资源工程学院, 云南 昆明 650093)

摘要: 从GPS的几何观测量出发, 依据大地测量的基本理论, 推导了相邻不同大地基准系统间的转换关系及数学模型. 并对相关的正常椭球面转化为WGS-84正常椭球面的计算进行了讨论.

关键词: 相邻不同大地基准; 转换; 数学模型

中图分类号: P228, P216 文献标识码: A 文章编号: 1007-855X(2001)02-001-04

## 0 引言

大地基准在测量工程的范畴内包含两个方面, 即大地水平基准和大地垂直基准.

一个国家或地区的水平控制网通常是在比较适中的三角点上设置大地原点, 并测定相应的天文经纬度及天文方位角, 再进行大规模的大地测量并根据参考椭球定位及定向的方法确定水平控制坐标系.

大地垂直基准是将一个闭合的物理高程信息系统联系到一个参考面. 物理高程信息在这里定义为地球重力场的位差, 称为地球表面的位差或地球表面与一个参考等位面之间的位差. 后者一般又叫地球位数. 位差的导出度量是正高或正常高. 把一个闭合系统理解为一个独立垂直系统, 这样一个独立系统的垂直基准称为局部垂直基准, 而且其位差或高程是用网的高差数据来表达的.

GIS的空间数据库基础框架是国家或区域的大地基准. 当不同的大地基准用于同一个GIS系统时, 如何使得系统的空间数据库能统一, 不矛盾; 或使得不同的大地基准相联系以实现不同的大地基准间的互换, 这不仅仅是理论问题, 更重要的是它和某些实际的工程项目的应用密切相关. 例如在跨国公路勘察设计及跨国水文气象中应用了全球卫星定位系统(GPS)技术和地理信息系统(GIS), 极大地提高了公路测量设计的效率和质量及水文气象数据的采集处理速度和质量.

在GPS技术应用之前, 要实现不同的大地基准相联系是非常困难的. 有了GPS技术之后, 按照大地测量的理论及方法<sup>[2]</sup>, 可以两个或多个系统间的分布适当及一定密度的公共水准点及其在一定坐标系统(WGS-84)中的坐标(BL)计算大地水准面位差并使用FFT方法计算正常位U及扰动位T来实现两个或多个系统间的大地垂直基准的转换.

## 1 GPS几何方法实现相邻不同的大地水平基准转换

在GPS技术出现之后, 在进行一个国家或地区的水平控制网与WGS-84坐标系统的转换时, 有以BURSA和MOLODENSKY模型为代表的7参数转换模型和多于7参数的以HOTINE模型为代表的转换模型. 还有以多项式为转换模型的方法. 它们的转换数学模型分别是:

$$(r_i)_s = (r_G)_s^B + (1 + K)R(\epsilon)(r_i)_G \quad (1)$$

$$(r_i)_s = (r_G)_s^H + R(\epsilon)[(r_k)_G + (1 + k_H)R_3^{-1}(L_k - 180)R_2^{-1}(B_k - 90)P_2R_H P_2R_2(B_K - 90)R_3(L_k - 180)(r_{k_i})_G \quad (2)$$

及  $(r_i)_s = f[(r_i)_G, \text{param}] \quad (3)$

收稿日期: 2000-12-01;

第一作者简介: 施昆(1959.9~), 男, 硕士, 副教授; 主要研究方向: 大地测量; GPS技术.

设在两个相邻不同的水平基准定义的区域有一个公共区域,如图1.

当以GPS网平差所得的地心坐标为观测值,以国家或地区的水平控制网的大地坐标为未知数,按(3)式建立误差方程,对于两网公共点*i*,有:

$$V_s = A\delta \hat{X}_G + B\hat{Y}_\Delta - 1$$

$$\text{和 } V_G = \delta \hat{X}_G \quad (4)$$

$$P = \begin{bmatrix} P_s & 0 \\ 0 & P_G \end{bmatrix} \quad (5)$$

在  $V_s^T P_s V_s + V_G^T P_G V_G = \min$  的条件下,由此组成法方程并可得到解

$$(\hat{Y}_\Delta, \delta \hat{X}_G)_i$$

其中  $\hat{Y}_\Delta$  代表一个国家或地区的水平控制网与WGS-84坐标系统的转换参数,  $i$  代表不同的国家或地区的水平控制网与WGS-84坐标系统的转换. 由于相邻两个国家或地区的水平控制网与WGS-84坐标系统的转换参数都可以在此同一区域内求得. 因而通过转换参数  $\hat{Y}_\Delta$  我们就可以实现相邻两个国家或地区的水平控制网坐标的互换.

## 2 GPS几何方法实现相邻不同的水平垂直基准转换

在GPS技术出现之后,我们可以考虑如下方法:设在两个相邻不同的水平垂直基准定义的区域有一个公共区域,如图2.

在此公共区域,测定了若干GPS和两个不同水平垂直基准中的水准公共点,则按照高程系统的理论有:

$$H_i = HA g_i - \xi_i \quad (6)$$

$$\text{或 } \xi_i = HA g_i - H_i \quad (7)$$

式中,  $HA g_i$  为点的大地高,  $H_i$  为点的正常高,  $\xi_i$  为点的高程异常. 因而在两个不同水平垂直基准使用同样正常椭球参数和GPS观测值都是在WGS-84系统中的值的前提下,我们可以得到区域内各水平垂直基准系统的高程异常的简单平均值:

$$\tilde{\xi}^{(1)} = 1/n \sum_{i=1}^n \xi_i^{(1)} = 1/n \sum_{i=1}^n (HA_{g_i}^{(1)} - H_i^{(1)}) \quad (8)$$

$$\tilde{\xi}^{(2)} = 1/n \sum_{i=1}^n \xi_i^{(2)} = 1/n \sum_{i=1}^n (HA_{g_i}^{(2)} - H_i^{(2)}) \quad (9)$$

进而我们可以得到两个相邻不同的水平垂直基准系统的差:

$$\Delta \xi^{(1,2)} = \tilde{\xi}^{(1)} - \tilde{\xi}^{(2)} \quad (10)$$

显然,这就是两个相邻不同的水平垂直基准系统在某个区域内的转换关系式. 但是, (10) 式不能表达不同的水平垂直基准系统之间的系统误差以及观测值的随机特性对系统参数求解的影响.

考虑到不同的水平垂直基准系统间在定义及实施的时候必定会存在差异和偏差或误差,而且无论是GPS观测值,还是水准测量观测值都不可避免地存在误差. 因而在实现不同的水平垂直基准系统间的转换

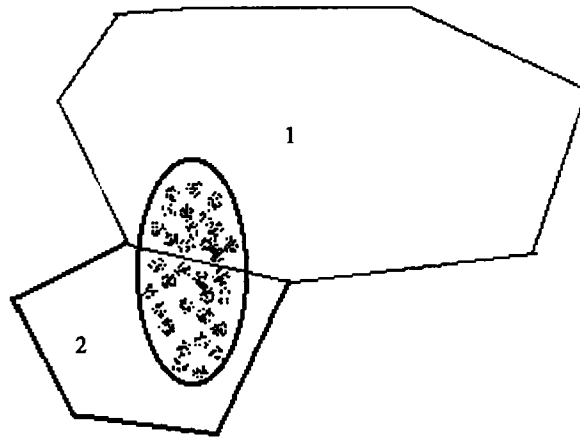


图1 GPS几何方法实现相邻不同的水平垂直基准转换示意图

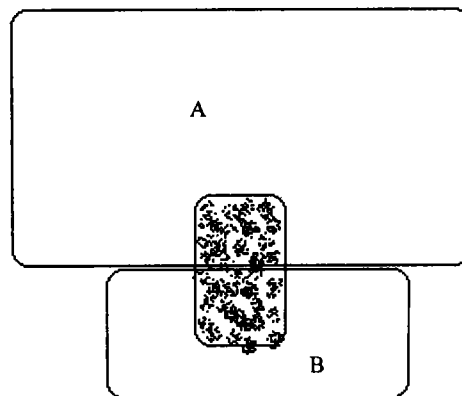


图2 GPS几何方法实现相邻不同的水平垂直基准转换示意图

时, 我们应对转换的平差计算的函数模型及随机模型进行讨论和研究.

按照[5]的分析, 大地水准面的估计研究所使用的基本模型是:

$$Hag_i - H_i = \xi_i + C_i^T x + v_i \quad (11)$$

$$C_i^T = [\cos \varphi_i \cdot \cos \lambda_i, \cos \varphi_i \cdot \sin \lambda_i] \quad (12)$$

其中,  $x = [x_1, x_2, x_3]$  (13)

由此即可建立起相应的误差方程式:

$$v_i = c_i^T x - l_i \quad (14)$$

这里,  $c_i^T = [1, \cos \varphi_i \cdot \cos \lambda_i, \cos \varphi_i \cdot \sin \lambda_i, \sin \varphi_i]$  (15)

$$x = [\xi, x_1, x_2, x_3] \quad (16)$$

$$P_{ii} = P_{AGi} + P_{hi} \quad (17)$$

由于在此模型中, 所涉及到的观测是GPS的大地高和水准测量的水准高  $Hag_i$ ,  $H_i$  因而平差的模型就可以由这两个因素来确定, 即: 考虑到观测GPS的大地高  $Hagi$  是精度较为均匀的观测, 如果将其定为单位权, 也是较为合理的.

由(14)和(17)式就构成了平差的基本模型. 由此模型, 分别在两个不同的大地垂直基准相交的区域内(如图(2))进行计算, 我们就可以按最小二乘法组成法方程, 进而解答出待定参数, 并由此得出两个不同的大地垂直基准的关系, 实现两个不同的大地垂直基准的互换.

### 3 区域正常椭球面转化为 WGS-84 正常椭球面

由于各国或区域通常都是根据自己的实际情况来定义自己的大地垂直基准系统, 其通常依据的是若干验潮站多年观测的平均海水面的值. 因此, 不同的大地垂直基准系统的定义一般是不同的, 所采用的正常椭球参数也是不同的. 考虑到(2)中实现两个相邻不同的大地垂直基准系统转换的前提条件, 我们必须对各区域的正常椭球面进行转换.

由于区域的正常椭球面与WGS-84正常椭球面通常是两个非常接近的椭球面, 故我们可以用一个适当的多项式函数来实现两者的转换, 其形式为:

$$\Delta \xi_i = A_0 + A_1 \Delta B_i + A_2 \Delta L_i + \Lambda \quad (18)$$

其中  $\Delta \xi_i$  为第  $i$  个 GPS 水准点的 GPS 水准与正常重力大地水准面的差异;  $\Delta B_i$ ,  $\Delta L_i$  为第  $i$  个 GPS 水准点的重心坐标. 由(16)式可以组成相应的误差方程和法方程, 进而可以解算出  $A_0, A_1, A_2$  等多项式的系数.

$$\xi_{ij} = \xi_{0ij} + A_0 + A_1 \Delta B_{ij} + A_2 \Delta L_{ij} + \Lambda \quad (19)$$

其中  $\xi_0$  为系统改正前的正常重力大地水准面的结果,  $\Delta B_{ij}$ ,  $\Delta L_{ij}$  为第  $i$  个 GPS 水准点相对于参考点的重心坐标.  $\xi_{ij}$  为经过系统改正后的 WGS-84 系统的正常重力大地水准面结果.

### 4 结束语及建议

云南省是我国的西部省份, 又与东南亚的诸国相邻. 随着我国西部大开发战略决策的开展, 并结合我省的贯通东南亚大通道的建设, 不同的大地基准及不同的GIS的空间数据库的相互联系和交换将会提到议事日程上来, GIS的空间数据库基础框架是国家或区域的大地基准. 当不同的大地基准用于同一个GIS系统时, 如何使得系统的空间数据库能统一, 不矛盾就会是我们所要面临的问题, 因而我们必须提前做好准备. 我们建议有关部门, 如云南省测绘局, 云南省交通厅, 云南省水利厅以及省内外的有关部门单位协同起来对面临的这一问题进行完善而全面的研讨.

(下转第7页)

**参考文献:**

- [1] 丁冬. 拼资源的路走不得[P]. 科技日报, 1998年1月6日, 第1版.
- [2] 常前发, 王运敏. 我国尾矿综合利用的现状与对策[J]. 中国矿业, 1999, (2): 11~13.
- [3] 金翔龙. 深海矿产资源与海洋环境[J]. 世界科技, 1998, 20(4): 29~30.
- [4] 朱钟杰. 关于可持续发展的理性思考[P]. 科技日报, 1997年12月9日, 第5, 7版.
- [5] 中国科学技术大学科研处编. 当前绿色科技中的一些重大问题[J]. 化学和材料科学学报. 1997.
- [6] 吴季松. 高科技产业化是可持续发展重要支柱[J]. 科技日报, 1997年12月23日, 第7版.

## How to Realize the Sustainable Development of Mineral Resources Exploitation and Utilization

LIU Dian-wen, XIE Hai-yun, SUN Li-jun

(The Faculty of Land Resource Engineering,

Kunming University of Science and Technology, Kunming 650093, China)

**Abstract:** Mineral resources is the very important substance of mankind to live, construct and develop. The exploitation and utilization of mineral resources extremely promote the advancement and development of society. At the same time, it unavoidably destroyed the environment. To face the sustainable development of the 21st. century, it must be in great request about the mineral resources exploitation and utilization. Only to exploit and utilize the mineral resources reasonably and scientifically, reach the coordination of resources, environment and economy, man can march in the society and economy of the 21st. century.

**Key words:** mineral resources; exploitation and utilization; sustainable development



(上接第 3 页)

**参考文献:**

- [1] 施昆. GPS网中网点正常高的一种求解方法[J]. 昆明工学院学报, 1994, (1): 7~8.
- [2] Hajela D P. Accuracy Estimates of Intercontinental Vertical Datum Connections[C]. Proceedings Third International Symposium on the North American Vertical Datum. Rockville, Maryland, 1985: 145~154.
- [3] 郭春喜等. 区域厘米级大地水准面的确定[J]. 测绘通报, 2000, (9): 6~9.
- [4] Nagarajan Balasubramania. Definition and Realization of a Global Vertical Datum[R]. Reprot No.427, Department of Geodetic Science and Surveying, The Ohio State University, 1994, 4: 124~136.
- [5] Kutsakis C. On the adjustment of combined GPS/Levelling/Geoid networks[J]. Journal of Geodesy, 1999, 73: 412~421.

## On the Transformation Mathematical Model Between Different Geodetical Datum in Neighbouring Nations

SHI Kun, JIANG Li-long, DAI Quan-fa

(The Faculty of Land Resource Engineering, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650093, China)

**Abstract:** The mathematic model for translation between different geodetical datum in nations which are close neighbours has been put forward based upon the geodetic theory with GPS's geometrical observations. And the transformation for the elements from the normal ellipsoid to WGS-84 normal ellipsoid has been dealt with in this paper. In the last part of this paper, we put forward some positive suggestions and conclusions.

**Key words:** different geodetical datum in neighbouring nations; translation; mathematic model