

# 等幅循环荷载下水工混凝土疲劳寿命分析

赵造东, 张立翔, 王时越

(昆明理工大学电力工程学院, 云南 昆明 650051)

**摘要:** 通过水工混凝土在承受等幅循环轴向压应力下的疲劳试验得到了大量的疲劳寿命数据, 并分析了疲劳寿命的分布规律. 结果表明, 在工程实际中, 疲劳寿命既服从三参数威布尔分布又服从对数正态分布, 但以三参数威布尔分布更佳. 同时给出了不同存活率下水工混凝土的 S-N 曲线方程.

**关键词:** 水工混凝土; 疲劳寿命; 三参数威布尔分布; S-N 曲线

**中图分类号:** TU 501      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1007-855X(2001) 03-008-05

## 0 引言

凡经常或周期性地受环境水作用的水工建筑物(或其一部分)所用的混凝土, 称为水工混凝土<sup>[1]</sup>. 由于水荷载、温度和地震等的重复作用, 引起水工建筑物内部应力场不断变化, 其结构抗力会随疲劳累积损伤而衰减, 最终导致安全性和可靠性的降低, 所以对水工混凝土耐疲劳性能的研究已成为突出的问题.

对轴向循环压应力下水工混凝土疲劳响应特征及其疲劳寿命分布规律的研究, 是进行水工混凝土疲劳累积损伤规律研究和建立寿命估算方法, 以及工程结构有限疲劳寿命设计等方面的基础. 由于问题的复杂性和人力物力耗费较大等方面的原因, 此类试验研究在国内外开展得较少.

本文通过大量试验对上述问题做了较细致的研究, 研究结果以资参考.

## 1 试验概况

### 1.1 材料

试验用的粗骨料为普通碎石, 最大粒径为 15 mm; 细骨料为普通地方砂砾(中砂); 水泥为普通硅酸盐 425<sup>#</sup> 水泥; 为了改善混凝土的和易性, 减少水化热温升,

表 1 水工混凝土配比

水泥 /kg·m <sup>3</sup>	砂 /kg·m <sup>3</sup>	碎石 /kg·m <sup>3</sup>	水 /kg·m <sup>3</sup>	粉煤灰 /kg·m <sup>3</sup>
238	730	1 192	140	72

提高密实性和抗渗性, 适量的掺入了粉煤灰. 水工混凝土设计强度等级为 C15, 材料配比见表 1.

### 1.2 试验方法

试验分为静载和疲劳试验两部分, 均在美国 MTS 810 TestStar 材料试验系统上进行, 试件尺寸为 70.7 mm × 70.7 mm × 212.1 mm. 静载试验目的在于确定养护 28 d 时材料的强度等级和疲劳试验时材料的静极限抗压强度.

疲劳试验加载频率设置为 5 Hz, 主要考虑到 ①工程实用频率范围; ②保持一定频率以消除低频蠕变疲劳影响; ③缩短疲劳试验时间. 疲劳加载为等应力控制加载, 应力水平等级为三级, 最大应力水平分别为

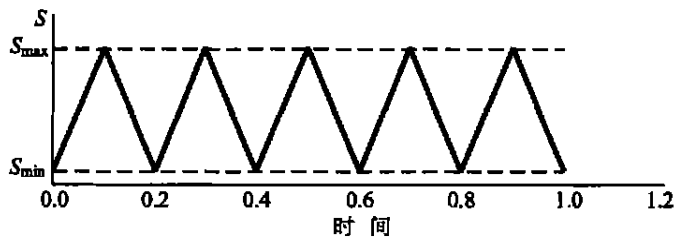


图 1 载荷-时间历程示意图

收稿日期: 2000-09-08. 基金项目: 云南省自然科学基金资助(项目编号: 98E004Z).

作者简介: 赵造东(1976~), 男, 在读硕士研究生; 主要研究方向: 水工结构、动力分析及可靠性.

$S_{max}=0.80, 0.75$  和  $0.70$ , 最小应力水平为  $S_{min}=0.1S_{max}$ , 即加载应力比  $R=0.1$ , 主要是为避免加荷系统因惯性对试件的“拍击”作用和试件卸载时反弹。载荷波为三角波, 载荷-时间历程如图 1 所示。

图中应力水平是指疲劳使用应力幅值与材料静极限抗压强度之比。

### 1.3 疲劳试验数据

表 2 为各级应力水平下的疲劳寿命值。

表 2 三种应力水平下疲劳试验结果

$S_{max}=0.80$				$S_{max}=0.75$		$S_{max}=0.70$	
序号	疲劳寿命	序号	疲劳寿命	序号	疲劳寿命	序号	疲劳寿命
1	118	23	2 393	1	1 356	1	6 581
2	214	24	2 715	2	1 569	2	9 843
3	256	25	2 928	3	1 945	3	10 532
4	277	26	3 182	4	1 951	4	12 647
5	335	27	3 211	5	3 411	5	17 885
6	410	28	4 134	6	3 615	6	19 011
7	493	29	4 165	7	4 344	7	33 184
8	536	30	4 538	8	4 975	8	51 054
9	651	31	4 724	9	6 504	9	52 772
10	657	32	6 898	10	13 972	10	71 080
11	677	33	8 000	11	15 754	11	96 741
12	747	34	9 427	12	15 846	12	110 392
13	842	35	9 445	13	17 848	13	124 847
14	1 033	36	10 596	14	19 698	14	166 208
15	1 096			15	22 541	15	177 203
16	1 303			16	25 552	16	208 370
17	1 354			17	38 062	17	231 106
18	1 402			18	49 047	18	504 176
19	1 668			19	50 491	19	640 505
20	2 202			20	57 868	20	807 325
21	2 205			21	113 178	21	3 150 773
22	2 241					22	3 749 700

### 2 疲劳寿命的概率分布

传统认为混凝土的疲劳寿命一般符合对数正态分布, 但是按照正态理论, 只有当对数安全寿命  $x_p = \lg N_p$  等于  $-\infty$  时, 即  $N_p = 0$  时, 存活率才等于 100%。显然, 这是不符合实际情况的, 也正是正态理论的不足之处。而根据最弱环理论推导得到的威布尔分布的优点在于有最小安全寿命, 即 100% 存活率的安全寿命<sup>[2]</sup>, 并且威布尔理论也比较适合脆性材料<sup>[3]</sup>。下面将使用表 2 中数据对两种分布进行比较。

对数正态分布的累积分布函数为

$$F(\lg N_p) = P(\lg N < \lg N_p) = \Phi\left(\frac{\lg N_p - \mu_{\lg N}}{\sigma_{\lg N}}\right) \quad (1)$$

由于  $\Phi(\bullet)$  为严格单增函数, 故反函数存在。令

$Y = \Phi^{-1}(F(\lg N_p)), X = \lg N_p$ , 则上式可以表示成  $X-Y$  平面上的直线方程, 即

$$Y = \frac{1}{\sigma_{\lg N}} X - \frac{\mu_{\lg N}}{\sigma_{\lg N}} \quad (2)$$

失效概率估计使用平均秩, 即样本点  $X_i (X_i \leq X_{i+1}, i=1, 2, \dots, n-1)$  的失效概率为

$$F(X_i) = \frac{i}{n+1} \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (3)$$

三参数威布尔分布的累积分布函数为

$$F(N_p) = P(N < N_p) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{N_p - \gamma}{\eta}\right)^\beta\right] \quad (4)$$

$\gamma, \eta, \beta$  分别称为位置参数、尺度参数和形状参数。对式(4)作威布尔变换, 即令

$Y = \ln[-\ln(1 - F(N_p))]$ ,  $X = \ln(N_p - \gamma)$ , 则式(10)成为

$$Y = \beta(X - \ln \eta) \tag{5}$$

仍采用平均秩作为失效概率的估计值. 估计  $\gamma$  的原则在于使散点  $(X_i, Y_i)$  在  $X - Y$  平面上获得最佳线性. 满足这一条件时线性相关系数的绝对值  $|R(\gamma)|$  取最大值, 因此  $\gamma$  应为式

$$\frac{d|R(\gamma)|}{d\gamma} = 0 \tag{6}$$

的解.

可证明, 若  $\hat{\gamma}$  为式(6)的解, 则在  $\hat{\gamma}$  的邻域内, 当  $\gamma < \hat{\gamma}$  时,  $|R(\gamma)|$  为单增函数,  $d|R(\gamma)|/d\gamma > 0$ ; 当  $\gamma > \hat{\gamma}$  时,  $|R(\gamma)|$  为单减函数,  $d|R(\gamma)|/d\gamma < 0$ . 据此可用数值方法逼近  $\hat{\gamma}$ , 求解过程使用 EXCEL 软件完成<sup>[4,5]</sup>.

下面应用上述方法对表 2 中数据进行回归, 回归的结果见图 2~7.

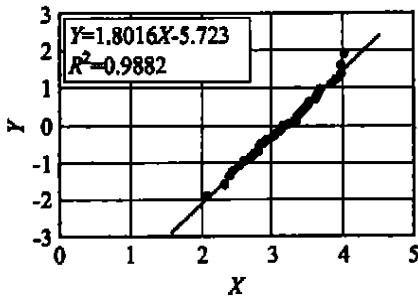


图2  $S_{max}=0.80$ 对数正态分布拟合

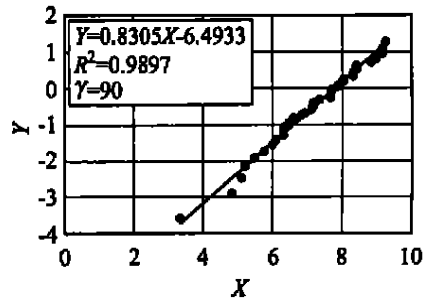


图3  $S_{max}=0.80$ 三参数威布尔分布拟合

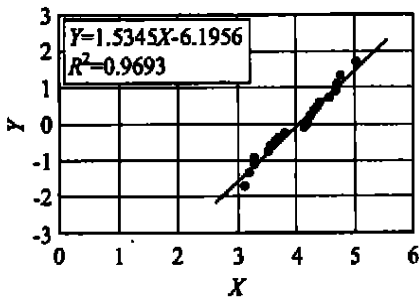


图4  $S_{max}=0.75$ 对数正态分布拟合

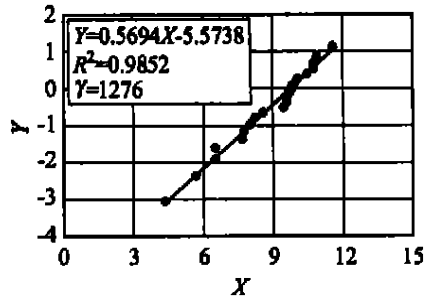
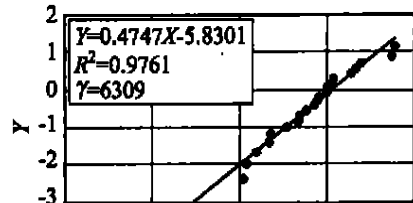
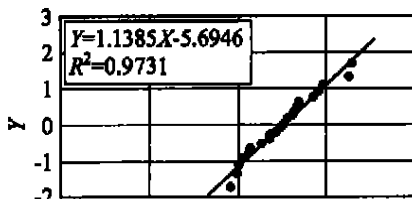


图5  $S_{max}=0.75$ 三参数威布尔分布拟合



布尔分布的拟合程度更高。

下面对三参数威布尔分布和对数正态分布分别进行  $K-S$  检验, 检验的结果如表 3 所示。

由表 3 可知, 对数正态分布和三参数威布尔分布均被接受, 但以三参数威布尔分布的检验效果较好。

综上所述, 在工程实际中, 水工混凝土的疲劳寿命可以认为既服从对数正态分布又服从三参数威布尔分布, 但无论从与经验概率的拟合程度和  $K-S$  检验的效果来看, 均以三参数威布尔分布为佳。

表 3  $K-S$  检验结果

试验数据	统计量 $D_n$ 的观测值		统计量 $D_n(0.1)$ 的临界值
	对数正态分布	三参数威布尔分布	
$S_{max}=0.80$	0.089 7	0.056 0	0.199 3
$S_{max}=0.75$	0.136 8	0.131 3	0.258 6
$S_{max}=0.70$	0.088 8	0.087 2	0.252 8
$K-S$ 检验结果	接受	接受	-

表 4 不同应力水平下的分布参数和可靠性寿命

序号	最大应力水平	三参数威布尔分布参数			50% 存活率	95% 存活率
		$\hat{\gamma}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\eta}$		
1	0.80	90	0.831	2 475	1 682	159
2	0.75	1 276	0.569	17 964	10 709	1 373
3	0.70	6 309	0.475	213 990	105 230	6 721

### 3 水工混凝土的应力水平 - 疲劳寿命关系

根据图 3、5、7 可得到表 4 所示的不同应力水平下水工混凝土疲劳寿命的三参数威布尔分布参数和其对应的可靠性寿命数据。

用经验公式的幂函数表达来拟合表 4 中的数据, 从而得出水工混凝土的  $P-S-N$  曲线。

50% 存活率的  $S-N$  曲线, 即常规疲劳设计所用的  $S-N$  曲线为

$$S_{max}=1.014N^{-0.032} \quad (\text{相关系数 } R=-0.999\ 1) \quad (7)$$

95% 存活率的  $S-N$  曲线为

$$S_{max}=0.960N^{-0.035} \quad (\text{相关系数 } R=-0.994\ 3) \quad (8)$$

进一步分析三参数威布尔分布的三个独立参数  $\gamma$ 、 $\beta$ 、 $\eta$  与应力水平的关系

$$S_{max}=0.923\gamma^{-0.031} \quad (\text{相关系数 } R=-0.987\ 0) \quad (9)$$

$$S_{max}=1.008\eta^{-0.030} \quad (\text{相关系数 } R=-0.999\ 0) \quad (10)$$

$$S_{max}=0.839\beta^{-0.228} \quad (\text{相关系数 } R=+0.975\ 7) \quad (11)$$

### 4 结论

1) 本文通过大量试验数据的统计分析得出, 在工程实际中, 水工混凝土的疲劳寿命可以认为既服从对数正态分布又服从三参数威布尔分布, 但无论从与经验概率的拟合程度和  $K-S$  检验的效果来看, 均以三参数威布尔分布为佳。

2) 在水工混凝土疲劳寿命符合三参数威布尔分布的前提下, 使用幂函数模型对可靠性寿命和分布参数分别与应力水平进行回归, 得到了水工混凝土在一定存活率下的  $S-N$  曲线方程以及各分布参数与应力水平的关系函数。

#### 参考文献:

[1] 龚洛书. 混凝土实用手册[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1995.  
 [2] 高镇同. 疲劳应用统计学[M]. 北京: 国防工业出版社, 1986.  
 [3] 汪林生. 脆性材料强度 Weibull 统计指标体系研究[J]. 中国建筑材料科学研究院学报, 1991, 3(1): 1-6.  
 [4] 王立君. 一种估算三参数 log-normal 分布参数的近似方法[J]. 数理统计与管理, 1999, 18(2): 40-43.  
 [5] 傅惠民, 高镇同. 确定三参数威布尔分布的相关系数优化法[J]. 航空学报, 1990, 11(7): A323-A327.

(下转第 15 页)

**参考文献:**

- [1] 李爱山. 马来酸酐、甲基丙烯酸羟乙酯共聚物防垢剂的合成及评价[J]. 精细化工, 1996, (13): 13~ 16.
- [2] 郑承超. 水为溶剂合成的马-丙共聚物的阻垢性能研究[J]. 工业水处理, 1994, 14(5): 17~ 19.
- [3] 龙荷云. 循环冷却水处理(修订本)[M]. 南京: 江苏科学技术出版社, 1991: 123.
- [4] 作者. *Drew Principles of Water Treatment*. New Jersey: Drew Chemical Corporation, 1979: 72.
- [5] 张春梅. 循环冷却水缓蚀阻垢剂的新发展[J]. 广州化工, 1998, 26(3): 35~ 38.
- [6] 汪祖模, 蔡兰坤. 有机磷酸羧酸型水质稳定剂的研究[J]. 华东化工学院学报, 1989, 15(6): 699~ 705.

## Study of the Structure and Properties of 2-Phosphonobutane-1, 2, 4-tricarboxylic Acid

YANG Ya-Ling, LIU Mou-shen, ZHANG Jian

(The Faculty of Biological and Chemical Engineering, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650224, China)

**Abstract:** The mechanisms of addition reaction between phosphonobutandioic acid tetraalkyl esters and alkyl acrylate have been discussed. The synthesis path of 2-phosphonobutane-1, 2, 4-tricarboxylic acid will give a high yield in practice. The spectroscopy was used to demonstrate the synthesized product. The corrosion and Scale Inhibition properties of PBTCA have also been studied.

**Key Words:** 2-Phosphonobutane-1, 2, 4-tricarboxylic acid; synthesis; property

(上接第 11 页)

## Analysis of Fatigue-life of Hydro-concrete Under Constant Amplitude Cycle Loading

ZHAO Zao-dong, ZHANG Li-Xiang, WANG Shi-yue

(The Faculty of Electric Power Engineering, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650051, China)

**Abstract:** In this paper, a large amount of fatigue-life data is obtained by fatigue experiment of hydro-concrete subjected to constant amplitude axial compressive cyclic stress and the distribution law of fatigue-life is analyzed. The results show that in engineering practices fatigue-life is in accordance with three-parameter Weibull distribution and Log-normal distribution, but the former is more suitable. Moreover, the S-N curve equations under different probabilities of survival are given.

**Key words:** hydro-concrete; fatigue-life; three-parameter weibull; S-N curve