

粉末注射成型充填过程数值模拟

李茂, 蔡海涛, 梁叔权

(中南大学 数学科学与计算技术学院, 湖南 长沙 410083)

摘要: 在 Hele - Shaw 近似下采用有限元/有限差分混合法求解粉末注射成型充填过程, 有限元法处理中面离散, 厚度方向使用有限差分, 运用控制体积法追踪移动边界, 压力方程和能量方程顺序求解, 实现了充填过程的温度场、压力场和速度场的数值仿真, 得到了较有价值的流场数值分析结果.

关键词: 粉末注射成形; 充填模拟; 有限元; 控制体积

中图分类号: TF124.39 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007 - 855X(2003)05 - 0165 - 04

Numerical Simulation of Filling Process in Powder Injection Molding

LI Mao, CAI Hai-tao, LIANG Shu-quan

(College of Mathematics and Computing Technology Central, South University, Changsha 410083, China)

Abstract: A FEM/FDM method is used to model the powder injection molding under the Hele - Shaw approximation while by using the control volume method dealing with the moving boundary, the mid - surface is discretized by FEM, and the thickness direction is discretized by finite difference. Then the pressure equation and the energy equation are solved sequentially to generate numerically valuable data for the simulation of temperature, pressure and velocity fields.

Key words: powder injection molding; mold filling; FEM/FDM; control volume

0 引言

粉末注射成型是一种源于塑料注射成型的新技术, 迅速发展的粉末冶金近净成型技术在工业生产, 国防高精尖零部件制造中正起着越来越大的作用, 近些年粉末注射成型制品的年增长率高达 30%, 然而由于该项技术生产工艺参数的复杂, 生产过程难以有效地控制, 试验研究又相当费钱费力, 随着计算机技术的发展, 特别是近十年来软硬件技术的日新月异, 对于传统的模具生产中的反复调试和修正过程, 采用数值模拟已成为可能, 通过合理的物理假设, 及其相应的数学描述, 可以突破经验的束缚, 以科学的分析为基础, 在计算机的辅助下进行生产制造, 从而优化工艺参数, 提高模具质量, 降低生产成本. 注射成型过程是将细小的金属粉末与粘结剂均匀混合, 以高压注入型腔内, 使其冷却、凝固, 形成毛坯, 之后再经过脱脂、烧结以及后处理得到成品. 充填过程的数值模拟是其关键的第一步, 对后续的保压等过程模拟有着相当重要的影响.

1 数学模型

由于注射成型过程及其注射熔体流变性质的复杂性, 在引入 Hele - Shaw 流动的近似描述下, Hieber 等提出了针对薄壁型腔基于中面的简化的数学模型方程组, 假设: (1) 壁面无滑移, 腔壁以热传导为主, 而型腔内的流动则以对流为主, 忽略流动方向的热传导, 及前沿处的喷泉效应. (2) 忽略惯性力、弹性力的影响, 压力在厚度方向不变, 喂料视为不可压的连续介质, 热物性参数不变, 并忽略充填过程中的凝固现象. 结合流变学方程, 得到:

收稿日期: 2003 - 04 - 23; 基金项目: 中南大学粉末冶金国家重点实验室资助项目(项目编号:).

第一作者简介: 李茂(1969~), 男, 在读研究生; 主要研究方向: 计算力学.

$$\text{运动方程: } \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right) = 0$$

$$\text{能量方程: } c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = k \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \quad (2)$$

$$\text{粘度采用幂律模型描述: } \tau = m(T)^{n-1} = m_0 \exp(T_0/T)^{n-1} \quad (3)$$

$$\text{剪切速率为 } \dot{\gamma} = \sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2} \quad (4)$$

其中 b 为型腔半厚, z 为厚度方向, u, v 为 x, y 方向的速度, 剪切粘度, 密度, c_p 比热, k 热传导率. 型腔厚度方向边界条件为 $u = v = 0, T = T_w, z = b$ 时

且关于中面对称, $\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial T}{\partial z}, z = 0$ 时

$$\text{对运动方程积分并利用边界条件, 有: } u = - \frac{\partial p}{\partial x} \frac{b}{z} - d \quad (5)$$

$$v = - \frac{\partial p}{\partial y} \frac{b}{z} - d \quad (6)$$

对(1)沿厚度方向积分, 得 $\frac{\partial}{\partial x} \int_0^b u dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_0^b v dz = 0$, 将速度代入后得压力方程,

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(s \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(s \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 0 \quad (7)$$

其中流导率 $s = \int_0^b \frac{z^2}{\tau} dz$, 即可由上式来计算充填过程的压力和温度分布. 流动平面内的边界条件为: 流动前沿处, $p = 0$; 模壁边界处, $\frac{\partial p}{\partial n} = 0$; 浇口处, $p = p(t)$ 或 $q = Q_{\text{入口}} = -2 \int_c \frac{\partial p}{\partial n} ds$, 浇口处温度均匀且等于入口温度, 熔体前沿为上游热核的温度. Q 为流率.

2 数值实现

在平面方向采用有限元, 厚度方向采用有限差分, 可以建立起该问题的数值表示, 利用中面模型将型腔离散成线性三角单元, 沿厚度方向使用差分网格划分. 采用有限元、有限差分法混合求解, 并结合控制体积法处理运动边界. 所谓控制体积就是将三角单元的中心分别与三个边的中点连接而成的包围每个节点的多边形的体积.

2.1 压力方程求解

当采用有限元网格剖分计算区域后, 在每个单元内, 压力场用单元内三顶点线性插值表示, 即.

$$p^{(l)}(x, y, t) = \sum_m^3 L_m^{(l)}(x, y) p_m^{(l)}(t) \quad (8)$$

由于压力方程为稳态, 因此可以与能量方程结合顺序求解, 又流导 s 本身与压力场相关, 所以压力方程为非线性方程, 需要松弛迭代求解, 松弛因子宜取为幂指数 n , 基于控制体积法的思想, 一个控制体积的质量守恒由各个相邻单元流过控制体积边界的质量流率来计算, 如图1, 有:

$$q_n^{(l)} = - \int_c s^{(l)} \frac{\partial p}{\partial n} ds = - s^{(l)} \left\{ \int_c \left(\frac{\partial p}{\partial x} dy - \frac{\partial p}{\partial y} dx \right) + \int_d \left(\frac{\partial p}{\partial x} dy - \frac{\partial p}{\partial y} dx \right) \right\} \quad (9)$$

将压力代入得, 单元1流入节点 N 的控制体积的净流率为:

$$q_n^{(l)} = s^{(l)} \sum_{m=1}^3 D_{im}^{(l)} p_m^{(l)}, D_{im} = (b_i b_m + c_i c_m) / 2A^{(l)}, b_i, b_m, c_i, c_m \text{ 为单}$$

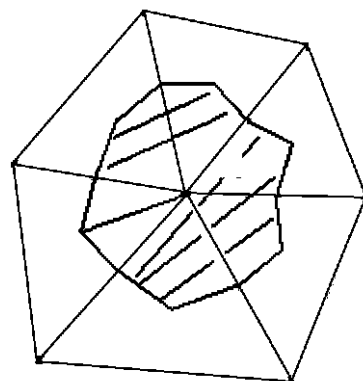


图1 控制体积

元节点面积坐标参数, $A^{(l)}$ 为单元 l 的面积, 所以对节点 N 有:

$$\sum_S^{(l)} \sum_{m=1}^3 D_m^{(l)} p_m^{(l)} = Q_n \tag{10}$$

l 遍历包含结点 N 的所有单元, Q_n 为节点流率, 在入口节点为入口流率, 在内部结点为零. 在某时刻温度场及计算区域确定后, 即可对每一内点写出上式, 利用边界条件求解压力场.

2.2 温度场求解

在流动平面内温度场采用单元线性插值.

$$T^{(l)} = \sum_{m=1}^3 L_m^{(l)}(x, y) L_m^{(l)}(z, t) \tag{11}$$

将型腔在厚度方向上划分成 N_z 等分,

$$z_j = (j - 1) \Delta z, (j = 1, 2 \dots N_z + 1)$$

瞬态项:
$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T_{i,j,k+1} - T_{i,j,k}}{\Delta z} \tag{12}$$

隐式向后差分,

热传导项: 采用隐式向前差分,

$$k \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \Big|_{i,j,k+1} = k \frac{T_{i,j+1,k+1} - 2T_{i,j,k+1} + T_{i,j-1,k+1}}{\Delta z^2}, j = 1, 2, \dots N_z \tag{13}$$

对流项:
$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{i,j,k} = \frac{1}{\sum_l \psi_{i,j}^l} \sum_l \psi_{i,j}^l \left[\frac{b_{z\%}}{2A^{(l)}} \Delta z_{\%} \sum_{m=1}^3 \left(\frac{b_x^{(l)}}{x} T_{i,j,k} + \frac{c_y^{(l)}}{y} T_{i,j,k} \right) \right] \tag{14}$$

对流项取迎风格式、显式且为前一时刻的值, 速度也取 k 时刻的值. $\psi_{i,j}$ 为迎风加权因子, 令 CN 表示从单元重心到结点 N 的向量, V 为重心处的速度矢量, 则权系数定义为:

$$\psi_{i,j} = \begin{cases} \psi_{i,j} \cdot CN \cdot V > 0 \\ 0, CN \cdot V < 0 \end{cases} \text{另 } x = -\frac{\partial p}{\partial x}, y = -\frac{\partial p}{\partial y}, \psi = \left(\frac{x}{x} + \frac{y}{y} \right)^{1/2}$$

$\psi_{i,j}$ 为与该结点相对的单元边的对角, i 对应单元 l 中 m 号节点的总体节点号.

粘性热项: 同对流项的处理.

$$2 \Big|_{i,j,k} = \frac{1}{\sum_l \psi_{i,j}^l} \sum_l \psi_{i,j}^l \frac{(\Delta z_j^{(l)})^2}{(\Delta z)^2}, j = 1, 2, \dots N_z \tag{15}$$

对各个内点分别写出以上各项的数值表示, 即可得到该节点的 $N_z \times N_z$ 的方程组, 可运用三对角消去法求解各点的分层温度值, 从而得到该时刻的温度场分布.

2.3 运动前沿追踪

充填过程是一个瞬态的涉及运动边界的复杂问题, 采用控制体积法能较好的跟踪前沿的运动边界, 对于每个节点的控制体积的充填状态, 由充填因子 $f = V_m / V$ 来表示, 即该时刻已被充满的部分占该点控制体积的分数, 所有节点被分成四类, 即: 入口点 ($f = 1$); 内点 ($f = 1$); 前沿点 ($0 < f < 1$); 空节点 ($f = 0$). 如图 2 所示.

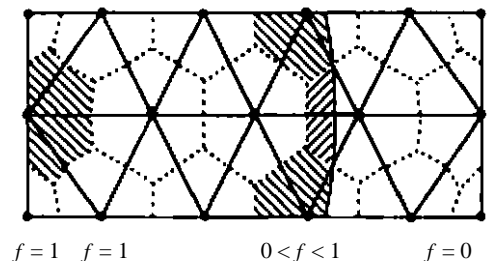


图 2 节点分类

因而, 在 t_k 时刻已知温度场下, 当算出压力场时, 可计算每个节点的净流率, 更新充填因子 f , 以充满一个前沿节点控制体积所需的最少时间为下一时间步长, 同时也就得到新的充满内节点, 再更新熔体前沿节点, 然后更新 t_{k+1} 时刻温度场、压力场, 依上所述推进前沿, 直至型腔充满.

3 程序流程图

4 数值算例

算例 1:

表 1 喂料的流变系数和热物性参数

| n | T_a/K | $m_0(Pa \cdot s^n)$ | $\rho/kg \cdot m^{-3}$ | $c_p/J/kg \cdot K$ | $K(W/m \cdot K)$ |
|------|---------|---------------------|------------------------|--------------------|------------------|
| 0.35 | 3512 | 1.14 | 4914 | 518 | 1.84 |

型腔为矩形薄壁型腔,几何尺寸为长 $L = 7.62\text{ cm}$,宽 $W = 3.81\text{ cm}$,型腔半厚 $b = 0.15875\text{ cm}$,入口流率 $Q = 40\text{ cm}^3/\text{s}$,注射温度 $T_0 = 400\text{ K}$,壁温 $T_w = 300\text{ K}$.浇口位于侧壁中心.用 TECPLOT 软件对结果进行后处理.

温度场的分布:

入口节点压力变化:

型腔充满时的压力场分布:

由图可知,由于剪切热的影响,部分节点的温度会高于注射入口温度;给定流率下,入口节点压力几乎呈线性增长,同时还可以有效地预测充填过程熔体的流动前沿位置及各个时刻的温度场、压力场、速度场及剪切率等,并可分析各因素对于成型模具的影响.又根据文献[7]的数据计算了相同几何体的充填,两相比较,所得计算结果与该文献吻合良好,因此预测结果是令人满意的.

算例 2:

几何体为具有内部空洞的矩形型腔, $10\text{ cm} \times 6\text{ cm}$,内部空洞为 $1\text{ cm} \times 3\text{ cm}$,厚度为 0.2 cm ,材料参数,边界条件同算例 1.由图 8 可知,对于复杂形状的几何体,本方法也是具有较好的适应性的.

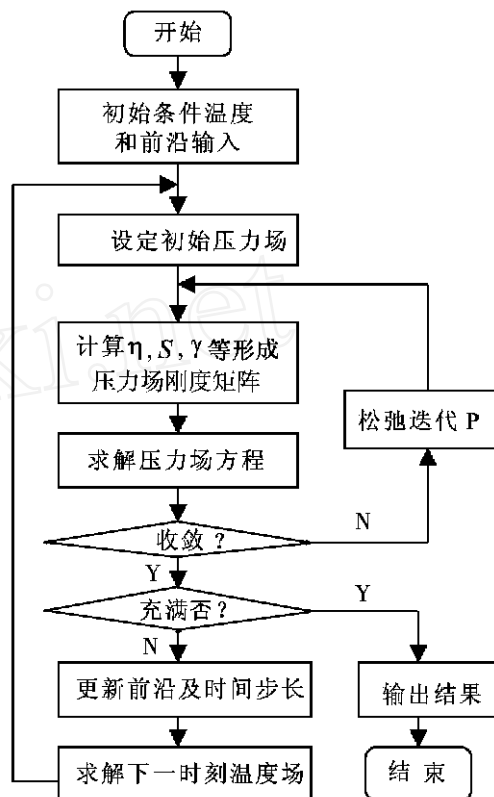


图 3 程序流程图

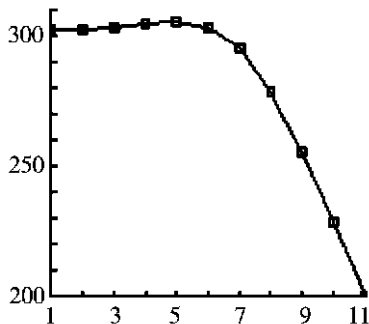


图 3 充满时入口附近一点厚度方向温度分布

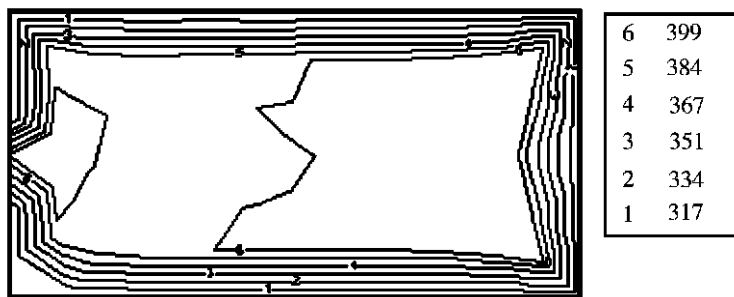


图 4 充满时 $z/b = 0.5$ 的温度分布

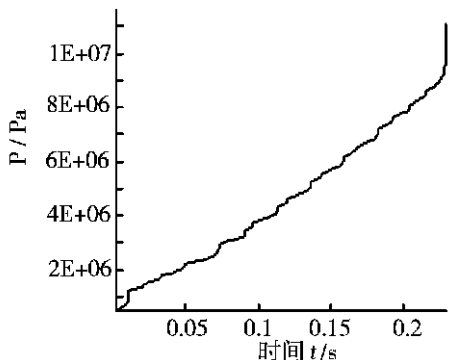


图 5 入口点的压力曲线

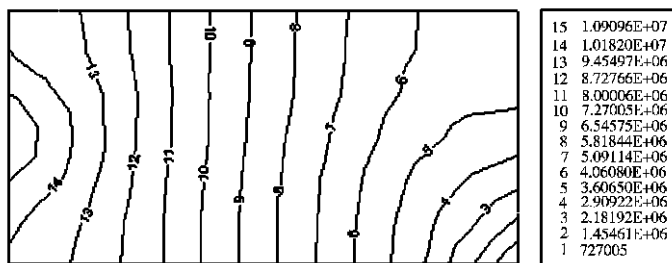


图 6 $t = 0.23039\text{ s}$ 时的压力场等值图

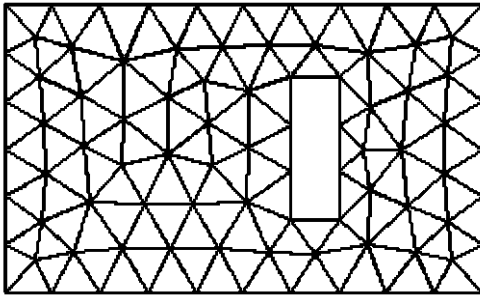


图7 具内边界的型腔及其网格剖分

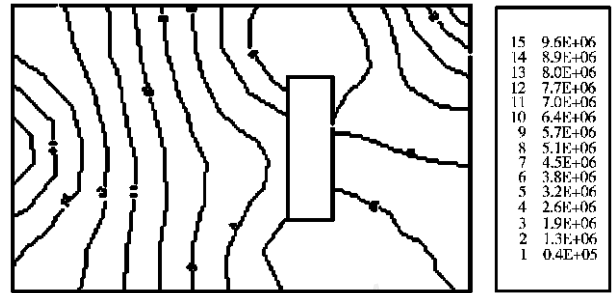


图8 充满时压力场等值图

参考文献:

- [1] German R.M. Powder Injection Molding[C]. Princeton, New Jersey, 1990. 7.
- [1] C.A. Hieber. A Finite - Element/ Finite - Difference Simulation of the Injection Molding Filling Process[J]. Journal of Non - Newtonian Fluid Mechanics, 1980, (7) :1 ~ 32.
- [3] H. H. Chiang, C. A. Hieber, K. K. Wang. Aunified simulation of the filling and postfilling stage in injection molding[J]. Polymer Engineering and Science, 1991, (2) :116 ~ 123.
- [4] Wang V W, C A Hieber and K K Wang. Dynamic Simulation and graphics for the Injection molding of three - dimensional thin parts[J]. Journal of Polymer Engineering, 1986, (7) :22 ~ 45.
- [5] 陶文铨. 数值传热学[M]. 西安:西安交通大学出版社, 1988. 12.
- [6] 毛金英. 粉末注射成形二维充模流动计算机模拟[D]:[硕士学位论文]. 长沙:中南大学, 1999.
- [7] L. A. Najim, Lee Daeyong. Modelling Of Mold Filling Process For Powder Injection Molding[J]. Polymer Engineering and Science, 1991, (15) :1137 ~ 1148.

(上接第 164 页)

由于多项式的特性本身就包含了突变的可能,所以要完全消除数学系统的突变,只有在(8)式中提高第一项的权重,把第二项变为线性项,换言之,就是要找到最相似的螺旋线线段,要达到这个目的,前提条件是有大量的原始数据.

3 结论

我们认为,发现复杂系统的螺旋结构,并将复杂系统定义在螺旋系统上,是复杂系统研究的重要突破,而将复杂系统看成由若干个简单的子系统叠加而成,每个子系统的系统方程用多项式拟合,是一种简单的数学处理方法.但多项式本身包含突变的可能,反映突变特性的平衡曲面由若干个超曲面组成,其形状复杂,在工程实践中根据平衡曲面的形状回避突变是非常困难的,可以采用“试探法”这种简单方法,达到回避突变、提高拟合及预测精度的目的,但这不能算是一种理想的方法.考虑到在工程问题中,大量使用多项式来拟合非线性函数,进一步研究多项式的突变特性是有意义的.

至于多项式螺旋结构,要完全消除数学系统的突变,就要充分提高螺旋系统的相似性,将多项式的次数降到二阶以下.除此之外,可以考虑用其他一些函数来代替多项式,例如三角函数,也可以消除突变,提高精度.有关的研究结果将在另文中讨论.

参考文献:

- [1] 杜黎,陈陶,等.跨学科基本规律的螺旋表示[J].昆明理工大学学报(理工版),2002,27(4):123 ~ 128.
- [2] 林振山.非线性力学与大气科学[M].南京:南京大学出版社,1993.63 ~ 83.