

约束混凝土压弯构件曲率延性分析^①

程海根¹, 董明², 李睿²

(1. 西南交通大学土木学院, 四川成都 610031; 2. 昆明理工大学建筑工程学院, 云南昆明 650051)

摘要 利用钢筋以及约束混凝土的应力—应变关系曲线, 采用“条带法”计算约束混凝土压弯构件截面的弯矩—曲率关系, 从而得出约束混凝土构件的截面曲率延性系数同轴压比、弯矩、箍筋的关系, 为钢筋混凝土结构的延性抗震设计提供依据。

关键词: 约束混凝土; 条带法; 延性

中图分类号: TU378 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-855X(2001)06-089-05

0 前言

钢筋混凝土结构无论在正常使用荷载作用下, 还是在设计地震荷载作用下大多数按弹性工作状态设计. 通常在超越设计荷载作用下结构能正常工作而没有产生破坏的原因是由于结构构件具有一定的延性. 钢筋混凝土结构构件的延性与所配的箍筋、轴压比等因素有关, 其中是否考虑混凝土的约束状况对构件的延性能力影响较大. 钢筋混凝土构件箍筋所围的核心部分混凝土称为约束混凝土, 约束混凝土的极限压应变比非约束混凝土的大得多, 能明显地提高构件的延性. 构件所受到的轴向压力与构件截面承载力的比值称为轴压比, 轴压比对构件的延性影响较大. 针对上述影响因素, 本文利用钢筋及约束混凝土的应力—应变关系对钢筋混凝土构件截面曲率延性作比较分析, 为构件延性设计提供参考.

1 钢筋及约束混凝土的应力—应变关系

钢筋及约束混凝土的应力—应变关系随着材料、加载机制等实验的条件不同而有差别, 但基本的形状都相似. 故在本文中分别采用具有代表性的钢筋及约束混凝土的应力—应变关系曲线.

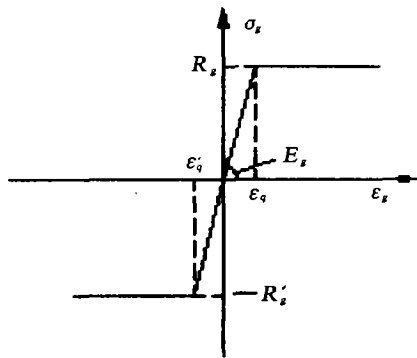


图1 钢筋应力—应变关系

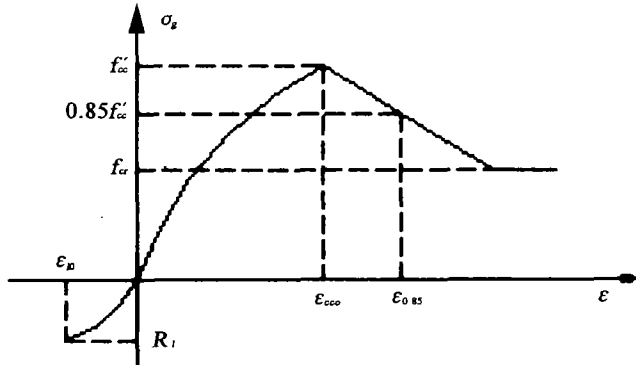


图2 约束混凝土应力—应变关系

1.1 钢筋的应力—应变关系

在此假定受拉及受压钢筋采用理想的弹性—完全塑性的应力应变关系, 如图1所示.

$$\left. \begin{aligned} \sigma_K &= \epsilon_K E_K \text{ 或 } \sigma'_K = \epsilon'_K E_K & (-\epsilon_q \leq \epsilon_K (\epsilon'_K) \leq \epsilon_q) \\ \sigma_K &= R_K \text{ 或 } \sigma'_K = -R_K & (-\epsilon_q > \epsilon_K (\epsilon'_K) > \epsilon_q) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: ϵ_K , ϵ'_K 分别为拉、压钢筋的应变, E_K 为钢筋的弹性模量, R_K 为钢筋的屈服强度.

① 收稿日期: 1999-06-11;

第一作者简介: 程海根, 男, 1971年2月生, 在读博士. 研究方向: 桥梁结构行为分析.

1.2 约束混凝土的应力—应变关系

约束混凝土的应力—应变关系受以下三个参数的控制^[2]: 1) 混凝土抗压强度; 2) 配箍率; 3) 截面几何形状. 本文采用 Martinez 和 Bjerkeli 提出的约束混凝土应力—应变曲线, 如图 2 所示, 在此约束混凝土受拉区应力—应变曲线采用二次抛物线, 受压区应力—应变曲线采用分段曲线.

受压区应力—应变表达式如下.

上升段:

$$\sigma = \frac{E_c \epsilon}{1 + (E_c/E_0 - 2)(\epsilon/\epsilon_{cc0}) + (\epsilon/\epsilon_{cc0})^2} \quad (\epsilon \leq \epsilon_{cc0}) \quad (2)$$

下降段:

$$\sigma = f'_{cc} - K_d(\epsilon - \epsilon_{cc0}) \quad (\epsilon > \epsilon_{cc0}) \quad (3)$$

水平段:

$$\sigma = 4.87 \frac{d_{sp} A_{sp} f_{sp}}{S_p A_c} \quad (4)$$

式中: $K_d = 0.15 f'_{cc} / (\epsilon_{0.85} - \epsilon_{cc0})$ 是下降段的斜率; $E_0 = f'_{cc} / \epsilon_{cc0}$ 是约束混凝土的初始弹性模量; $E_c = 9500(r/2400)^{1.5} (f'_c)^{0.3}$ 为无约束砼的弹性模量. $f'_{cc} = f'_c + 4.0 \alpha \sigma_r$, $45 \text{MPa} < f'_c \leq 80 \text{MPa}$, $f'_{cc} = f'_c + 3.0 \alpha \sigma_r$, $80 \text{MPa} < f'_c \leq 90 \text{MPa}$; f'_{cc} 为约束砼的极限应力. 其中: f'_c 是无约束砼的圆柱体强度, r 是混凝土容重, 单位为 kg/m^3 , 箍筋的横向约束应力为 $\sigma_r = A_{sp} f_{sp} / h_0 S_p$. 式中: h_0 是约束截面的外部尺寸, A_{sp} 是总的箍筋有效面积, S_p 是箍筋间距. 截面几何参数 α 取 α_s 和 α_n 中的大值. ϵ_{cc0} 为约束砼应力最大点的应变, ϵ 为约束砼的应变, f_{sp} 为箍筋的屈服强度.

$$\alpha_s = (1 - \frac{S_p}{d_{s0}})^2 \quad (\alpha_s = (1 - \frac{S_p}{a_0})(1 - \frac{S_p}{b_0})) \quad (5)$$

式中, d_{s0} 是圆截面箍筋所围的核心砼直径; 括号内 α_s 的表达式用于矩形截面, 其中, a_0 , b_0 分别为截面短边、长边箍筋长度.

$$\alpha_n = 1 - \frac{nc^2}{5.5A_c} \quad (6)$$

式中, n 是纵向钢筋的横向支承点的个数, c 是横向支承点的间距, A_c 是周边箍筋中心线所围混凝土截面积. α_s 反映箍筋间距的影响, α_n 反映箍筋形式的影响. 其中 d_{s0} , c , a_0 , b_0 的取值见图 3. 圆截面 $\alpha_n = 1$.

$$\epsilon_{cc0} = 0.0025 + \alpha \cdot 0.050(\sigma_r / f'_c) \quad (7)$$

$$\epsilon_{0.85} = \epsilon'_{0.85} + \alpha \cdot 0.050(\sigma_r / f'_c) / (1 - F) \quad (8)$$

$$\epsilon'_{0.85} = 0.0025 \times [(17.07 / f'_c)^2 + 1] \quad (9)$$

$$F = \frac{1}{1 + [1/(\sigma_r \alpha)]^4} \quad (10)$$

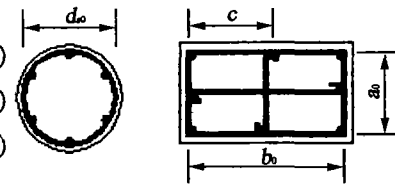


图 3 截面几何参数计算图

受拉区应力—应变表达式:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_l &= R_l \left[2 \frac{\epsilon}{\epsilon_0} - \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right)^2 \right] & (0 \geq \epsilon > \epsilon_{l0}) \\ \sigma_l &= 0 & (\epsilon < \epsilon_{l0}) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

式中: $R_l = -0.58 \times R^{\frac{2}{3}}$, $\epsilon_0 = 0.002$, $\epsilon_{l0} = -0.00015$. R 为砼的抗压强度; R_l 为砼的抗拉强度; ϵ_0 为砼最大压应力所对应的应变; ϵ_{l0} 为砼的极限抗拉应变.

2 计算约束混凝土构件截面的 $M-\varphi-N$ 关系曲线及曲率延性

由于材料的非线性, 要通过平衡条件, 变形条件和物理条件直接导出截面的 $M-\varphi-N$ 关系的解析式

是较困难的, 其中文献[2]推荐了一种解析方法可以借鉴. 本文采用文献[1]推荐的方法利用数值积分来计算截面的 $M-\varphi-N$ 关系. 在计算中作如下几条假定:

- 1) 截面的应变分布始终符合平截面假定;
- 2) 钢筋及约束混凝土的应力—应变关系曲线取本文 1.1, 1.2 节所给的表达式;
- 3) 不考虑剪切变形的影响;
- 4) 截面上的应力, 应变符号均以压为正, 拉为负.

条带法计算步骤:

如图 4 所示, 将截面拉、压区沿高度划分成 n 个小单元(小条带), 假定小单元的应力为均匀分布, 其值可以根据小单元重心处的应变按材料的应力—应变关系式计算. 欲求某一轴力下的 $M-\varphi$ 关系曲线, 其具体步骤如下:

(1) 指定轴力 N . 每给定一个曲率 φ , 先假定受压边缘应变初值 ϵ_h , 为便于采用二分法迭代计算, 需假定受压边缘应变的最大值 ϵ_{hmax} 及最小值 ϵ_{hmin} , 则受压边缘应变初值可取为:

$$\epsilon_h = \frac{\epsilon_{hmin} + \epsilon_{hmax}}{2} \quad (12)$$

受压区高度为:

$$x = \frac{\epsilon_h}{\varphi} \quad (\text{当 } x > h \text{ 时, 取 } x = h) \quad (13)$$

受压区及受拉区小单元的面积, 小单元重心距受拉边缘距离, 小单元重心处的应变以及钢筋重心处的应变分别按下列各式计算:

受压区:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{hi} &= \frac{x}{n} \times b \\ y_{hi} &= (h - x) + (2i - 1) \frac{x}{2n} \\ \epsilon_{hi} &= \epsilon_h - \varphi(h - y_{hi}) \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

受拉区:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{li} &= \frac{h - x}{n} \times b \\ y_{li} &= (2i - 1) \frac{h - x}{2n} \\ \epsilon_{li} &= \epsilon_h - \varphi(h - y_{li}) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

钢筋:

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_g &= \epsilon_h - \varphi(h - a) \\ \epsilon'_g &= \epsilon_h - \varphi a' \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

(2) 根据材料的应力、应变关系式(1)~(4)分别计算拉、压区各小单元的应力 σ_{li} , σ_{hi} 以及钢筋的应力 σ_g , σ'_g . 由平衡条件 $\sum x = 0$, 通过数值积分求出截面上的轴力 N_s , 即:

$$N_s = \sum_{i=1}^n \sigma_{hi} \alpha_{hi} + \sum_{i=1}^n \sigma_{li} \alpha_{li} + \sigma_g A_g + \sigma'_g A'_g \quad (17)$$

(3) 将计算所得的 N_s 与原给定的 N 进行比较, 检查其误差是否满足给定的精度要求. 如果满足则可根据力矩平衡条件 $\sum x = 0$, 通过数值积分计算截面上的弯矩 M . 即:

$$M = \sum_{i=1}^n \sigma_{hi} \alpha_{hi} y_{hi} + \sum_{i=1}^n \sigma_{li} \alpha_{li} y_{li} + \sigma_g A_g a + \sigma'_g A'_g (h - a') - N y \quad (18)$$

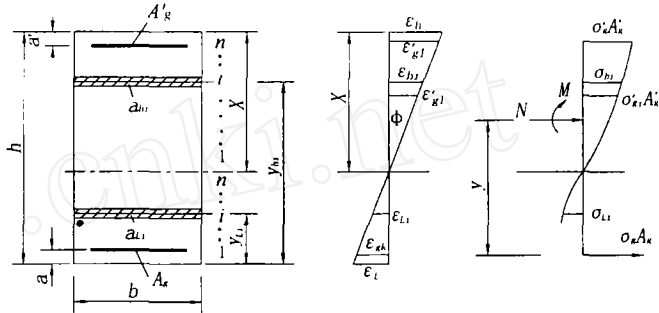


图 4 截面小单元划分及应力、应变分布

式中 y 为换算截面形心到受拉边缘距离。

(4) 如果 N_s 不满足给定的精度要求, 则可利用二分法(或者 0.618 法)修正受压边缘应变 ϵ_h , 即: 当 $N_s < N$ 时, 取 $\epsilon_{hmin} \leftarrow \epsilon_h$; 当 $N_s > N$ 时, 取 $\epsilon_{hmax} \leftarrow \epsilon_h$ 。

然后再返回步骤 1, 重新计算, 直到满足精度要求为止。即可求得一条 $M-\varphi-N$ 曲线。另给 N 值重复上述步骤即可求得所需要的 $M-\varphi-N$ 曲线族。

3 算例

计算截面宽 100mm、高 150mm, 纵向拉、压钢筋面积均为 $A_g = A_g' = 157\text{mm}^2$, 钢筋强度取 $R_g = 364.6\text{MPa}$, 砼强度取 $R = 30\text{MPa}$, 箍筋为双肢 $\phi 6@50$ 箍筋强度取 $f_{sv} = 273.5\text{MPa}$ 。先比较约束砼与普通砼对截面的 $M-\varphi-N$ 以及曲率延性系数的影响, 图 5 为二者计算结果比较, 从图中可以明显地看出约束砼构件的延性较好。

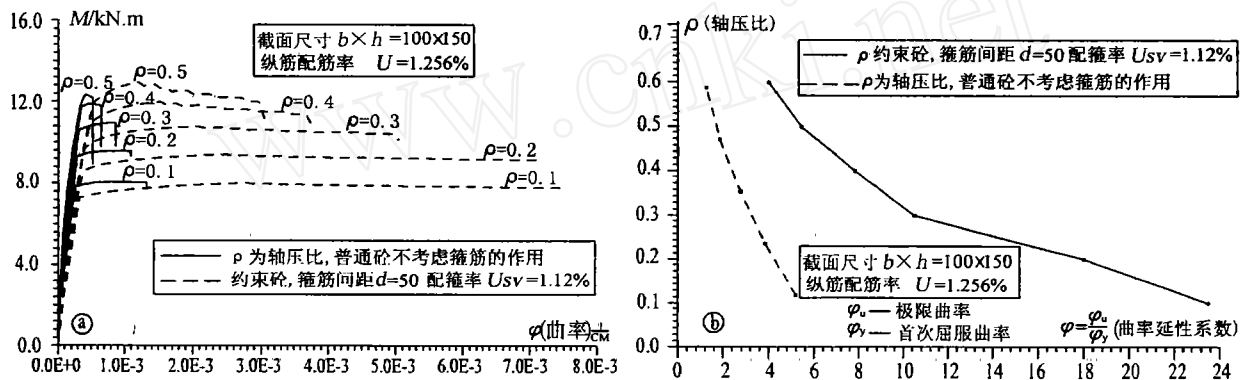


图 5 约束砼、普通砼与 $M-\varphi-N$ 及曲率延性系数的关系

以下图 6、图 7、图 8 分别比较了不同的配箍率、箍筋间距以及纵向钢筋的配筋率对约束砼构件截面的 $M-\varphi-N$ 以及曲率延性系数的影响。

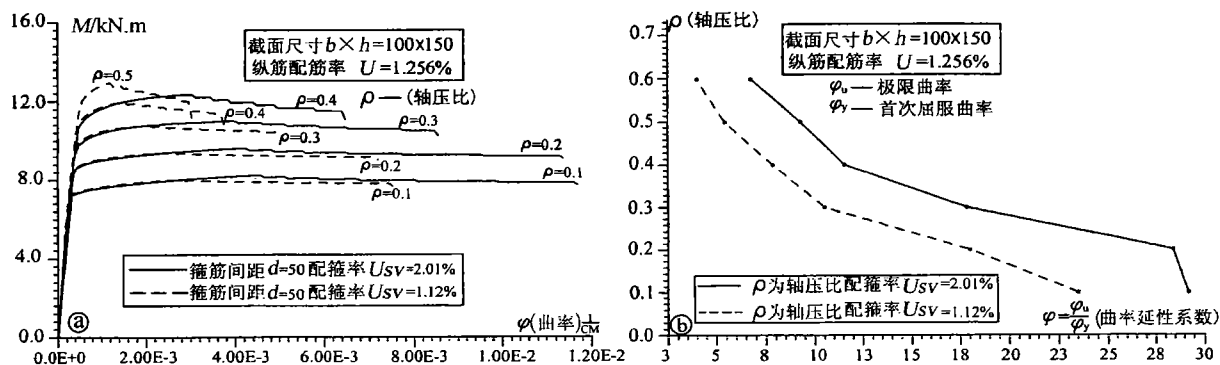


图 6 配箍率与约束砼 $M-\varphi-N$ 及曲率延性系数的关系

4 结束语

从算例所得的图 5~图 8 可以得出以下几条结论:

(1) 无论是约束砼还是普通砼构件, 其截面曲率延性系数均对轴向压力较敏感, 随着轴向压力的增加曲率延性系数递减较快;

(2) 配箍率的变化对约束砼构件的截面曲率以及曲率延性系数的影响较明显, 曲率延性系数随着配箍率的增加而增加, 当配箍率增加到一定程度时对曲率延性系数的影响不太明显;

(3) 箍筋的间距对约束砼构件的截面曲率以及曲率延性系数的影响较敏感, 当箍筋间距在 6 倍纵筋

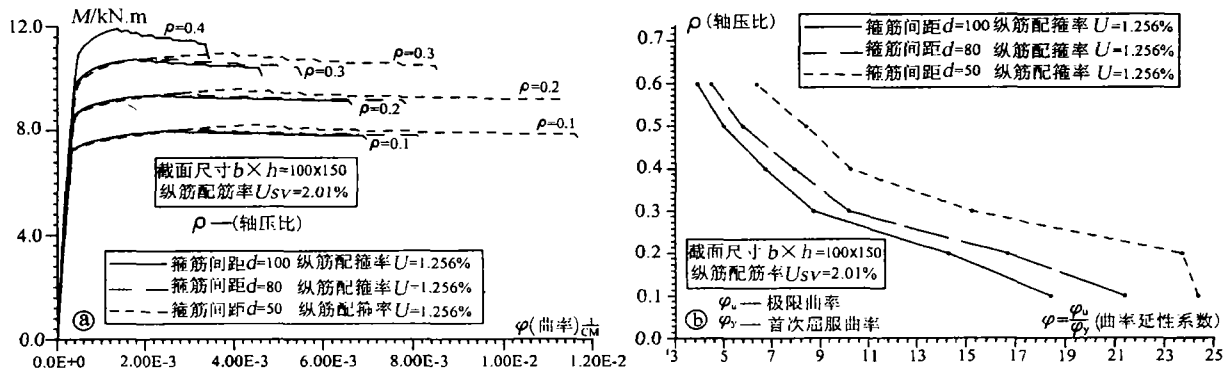


图 7 箍筋间距与约束砼 $M-\varphi-N$ 及曲率延性系数的关系

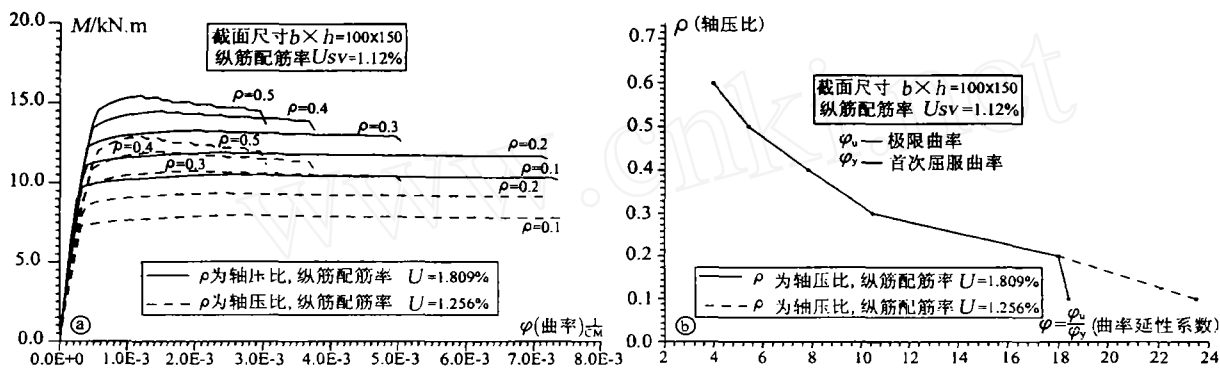


图 8 纵筋配筋率约束砼 $M-\varphi-N$ 及曲率延性系数的关系

直径左右变化时尤为明显; 当箍筋间距超过 10 倍纵筋直径时, 箍筋间距的变化对其影响不太明显;

(4) 纵筋配筋率对约束砼构件的截面曲率以及曲率延性系数的影响不明显, 仅在较低的轴压比下对其有一定的影响。

参考文献:

[1] 周基岳, 刘南科. 砼框架非线性分析中的截面弯矩—曲率关系[J]. 重庆建筑工程学院学报, 1984, 20~24.
 [2] 范立础. 桥梁抗震[M]. 上海: 同济大学出版社, 1997. 264~268.
 [3] 清华大学抗震抗爆工程研究室. 钢筋混凝土结构的抗震性能[M]. 北京: 清华大学出版社, 1981.

The Curvature Ductility Analysis of the Bound Concrete Pressure – bent Member

CHENG Hai – gen¹, DONG Ming², LI Rui²

(1. Civil Engineering Department, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China;

2. The Faculty of Architectural Engineering, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650051, China)

Abstract In this paper “stripe – method” is used to calculate the relation of the bound concrete member bent – curvature according to the steel bar and bound concrete stress – strain curves. Consequently, the variation of the bound concrete member cross – section curvature with the axis – pressure, bent, cross – bound steel bar is obtained. This conclusion can offer the sustainment to the structure ductility earthquake – resisting design.

Key words: bound concrete; stripe – method; ductility