

# 线性化处理方法在水力机械运动分析中的应用<sup>①</sup>

张成立<sup>1</sup>, 吴元强<sup>2</sup>

(1. 昆明理工大学电力工程学院, 云南昆明 650093; 2. 清华大学核能技术设计研究院, 北京 100084)

**摘要** 以水力步进系统为例, 阐述了线性化处理方法在水力机械运动分析中的应用. 针对流场的复杂性, 采用微偏法和分段法对描述其运动特性的二阶非线性微分方程组进行了合理的线性化处理, 然后用拉普拉斯数学变换进行求解, 得出了步进体在平衡点附近的运动规律和任意位置时的简单数值解. 据此, 可进一步分析步进体的运动特性、系统的可靠性, 并进行优化设计.

**关键词:** 线性化; 水力机械; 运动; 非线性; 微分方程

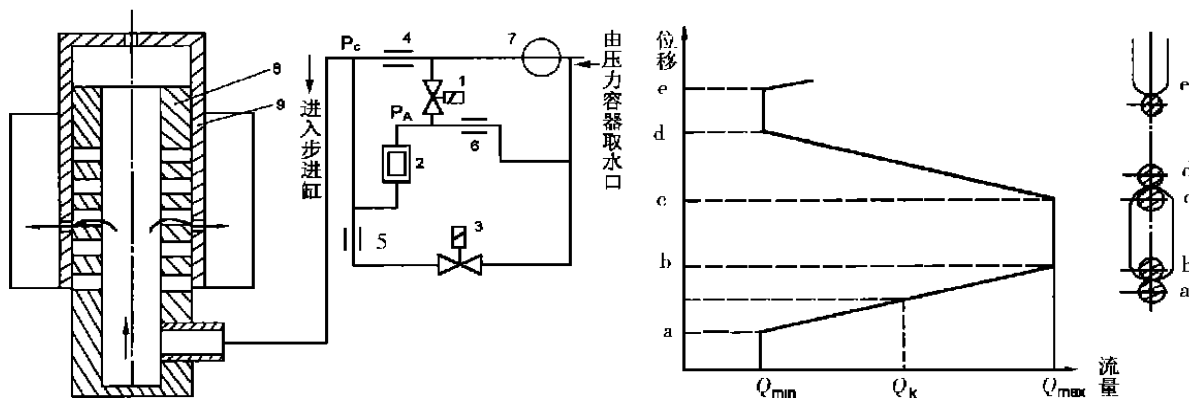
中图分类号: TB126 文献标识码: A 文章编号: 1007- 855X(2001)03- 001- 07

## 0 前言

在水力机械的科学研究和工程实际应用中, 由于流场的复杂性, 常常碰到非线性问题, 如微分方程或微分方程组, 如何求解这些方程或方程组是一大难题, 到目前为止还没有一种具体的数学工具能够解出精确的解析解, 十分不利于工作的进一步深入. 本文以水力步进系统为例, 利用线性化处理方法, 在求解这些方程或方程组方面进行了一些尝试, 至于更系统、更一般的方法, 还有待于进一步深入.

本文所述的水力步进系统是一项已获得我国首批专利的新技术, 已在清华大学核能技术设计研究院研制的 5MW 低温供热反应堆中得到了成功的应用. 由于它具有的一系列特点, 如结构简单、紧凑、传动链短、具有固有安全性、成本低等突出优点, 在环境恶劣、受条件限制(如体积、安装精度、造价、安全性等)的领域内将得到广泛的应用, 本文对此不作详细论述, 仅借助其在流场中运动的复杂性, 说明线性化处理方法在水力机械运动分析中的一些应用.

水力步进系统采用流体动压原理, 描述其运动的方程组是二阶非线性微分方程组, 对其方程组的传统解法是采用龙格——库塔法进行数值积分, 利用计算机进行近似求解, 这一方法具有许多不足之处, 为此, 本文采用新的数学处理方法, 即线性化处理方法进行求解.



- 1. 提升电磁阀 2. 脉冲阀 3. 下降电磁阀
- 4. 保持节流孔 5. 下降节流孔 6. 回位节流孔
- 7. 水泵 8. 固定体 9. 步进体

图1 水力步进系统

图中右侧为节流孔的相对位移示意, 与纵坐标 a, b, c, d, e 点对应

图2 流量——位移特性曲线

① 收稿日期: 2000- 09- 11;

第一作者简介: 张成立(1966. 11~), 男, 硕士, 讲师, 主要从事水力机械的教学和科研工作

## 1 水力步进系统

水力步进系统由步进缸与控制单元组成. 步进缸由固定体和步进体组成; 控制单元包括一个提升电磁阀, 一个下降电磁阀, 一个脉冲缸和若干个阻力节, 如图 1 所示.

固定体上有若干排孔, 各排孔之间距离为定长. 步进体在圆周方向上有一排孔, 当泵压和流量合适时, 步进体上的压力形成的推力与其重量相等, 从而达到平衡, 步进体会保持在某一位置上, 此时, 步进体和固定体的孔部分重合. 流量越大, 步进体托起越高, 其流量与位置的特性如图 2 所示.

当阀 1 打开, 阀 3 关闭时, 若流入缸内的保持流量  $Q_k$  满足  $Q_{\min} < Q_k < Q_{\max}$ , 则步进体停止在某一位置上, 这一状态称为保持状态.

当阀 1 关闭一定时间后突然打开, 在保持流量和脉冲缸 2 的有限注入流量大于  $Q_{\min}$  时, 步进体上升一步, 适当的脉冲缸行程可以保证每次动作步进体只上升一步, 这一状态称为提升状态.

当阀 3 打开, 步进体下降, 打开一定时间可使步进体下降一步, 打开时间长, 可使其连续下降, 这一状态称为下降状态.

## 2 水力步进系统的数学模型

在保持状态下, 水力步进系统的数学模型为:

$$\frac{G}{g} \ddot{X} + R_m \dot{X} - P_c A_c = -G \left(1 - \frac{Y_w}{Y_l}\right) \quad (1)$$

$$P_p - P_c = \frac{Y_w}{2g} (R_k - R_y) W_k^2 \quad (2)$$

$$P_c = \frac{Y_w}{2g} R_h \cdot W_h^2 \quad (3)$$

$$P_c = \frac{Y_w}{2g} R_l \cdot W_l^2 \quad (4)$$

$$Q_k = A_k \cdot W_k \quad (5)$$

$$Q_h = A_h \cdot W_h \quad (6)$$

$$Q_l = A_l \cdot W_l \quad (7)$$

$$Q_c = A_c \cdot X \quad (8)$$

$$Q_k = Q_h + Q_l + Q_c \quad (9)$$

$$R_h = a + b \left(1 - \frac{F}{A_h}\right)^3 \quad (10)$$

$$F = \frac{A_h}{e} (X - c) \quad (c \leq X < d)$$

$$F = A_h \quad (d \leq X < L - d)$$

$$F = \frac{A_h}{e} (X - L + c) \quad (L - d \leq X < L - c)$$

$$F = 0 \quad (L - c \leq X < B + c) \quad (11)$$

在建立以上方程时, 根据实际计算, 流动情况为紊流, 并把各沿程阻力损失折算成局部阻力损失. 式中:  $G$  为步进体重量;  $X$  为步进体位移;  $R_m$  为运动阻尼系数;  $P_c$  为固定体内压;  $Y_w$  为水的重度;  $Y_l$  为步进体平均重度;  $P_p$  为泵压;  $B$  为步长;  $L$  为固定体环槽长;  $F$  为对孔处相对面积;  $a$ 、 $b$  为实验常数;  $c$ 、 $d$ 、 $e$  为与步进体圆孔半径有关的常数;  $A_c$  为步进体有效面积;  $R_k$  为保持流量节流阀处的局部阻力系数;  $R_y$  为沿程管路阻力系数;  $W_k$  为保持流量节流阀处的流速;  $R_h$  为对孔处的局部阻力系数;  $W_h$  为对孔处的流速;  $R_l$  为步进体缝隙的阻力系数;  $W_l$  为通过步进体缝隙处的流速;  $Q_k$  为保持流量节流阀处的流量;  $A_k$  为保持流量节流阀处的有效面积;  $Q_h$  为对孔处的流量;  $A_h$  为步进体圆孔的有效面积;  $Q_l$  为通过步进体缝隙的流量;  $A_l$  为步进体缝隙的有效面积;  $Q_c$  为由步进体位移而引起的附加流量.

### 3 方程组的数学处理方法

#### 3.1 方法分析

方程组共十一个方程式, 其中未知数为  $X$ 、 $P_c$ 、 $W_k$ 、 $W_h$ 、 $W_l$ 、 $R_h$ 、 $F$ 、 $Q_k$ 、 $Q_h$ 、 $Q_l$ 、 $Q_c$  共十一个, 所以方程组是封闭的, 但由于方程组中含有  $W_k^2$ 、 $W_h^2$ 、 $W_l^2$  三个平方项和式(10)式(11)的分段高阶函数项, 故方程组为二阶非线性微分方程组, 这在现有的数学工具中还没有一种具体的解法, 使之能解出解析解, 但借助于计算机, 采用龙格——库塔数值积分(其中需二分法或其他方法帮助)可得到近似的数值结果, 此方法具有许多不足之处, 如: 不易分析各参数对系统的影响; 在计算中需借助于二分法或其他方法, 比较麻烦; 在步进体上升状态或下降状态中计算速度慢, 有时得不到解或解不精确, 为此有必要寻找新的数学处理方法。

二阶非线性微分方程组虽然不能采用现有的数学工具得到其准确的解析解, 但通过适当而合理的线性化处理可以解出其近似的解析解或足够精确而又方便的数值解, 这不仅有利于研究结果所满足的数学规律, 还能使解的过程简化, 省去数值积分等过程。

非线性方程组线性化的方法有许多种, 如台劳级数法、小信号分析法、最小二乘法、微偏法和分段法<sup>[1]</sup>。对于本方程组比较适合的是有微偏法和分段法, 台劳级数法也可以, 其方法和微偏法类似。微偏法适合于有平衡点并在平衡点附近运动的情况, 分段法适合于任一种情况, 但本文所述的分段法和一般的分段法不同, 而是把分段法和计算机数值计算巧妙地结合起来的分段法。下面分别说明用这两种方法来解本系统在保持状态下的二阶非线性微分方程组。

#### 3.2 微偏法

在平衡点附近(即在  $c \leq X < d$ ) 采用微偏法进行线性化求解, 其处理过程如下:

- (1) 把十一个未知函数分别表示成“稳态值+ 增量”的形式, 如:  $X = X_{0+} X_1$ ,  $P_c = P_{c0+} P_{c1}$ , 其中下标 0 代表平衡点的稳态值, 下标 1 代表增量。
- (2) 把十一个未知函数(如:  $X = X_{0+} X_1$ ,  $P_c = P_{c0+} P_{c1}$ ) 分别代入式(1)至(11)中, 得到 11 个方程式。
- (3) 写出在平衡点, 稳态值满足平衡点的方程组(共 11 个方程式), 如:

$$- A_c \cdot P_{c0} = G \left( \frac{Y_w}{Y_l} - 1 \right)$$

$$P_p - P_{c0} = \frac{Y_w}{2g} (R_h - R_y) W_{k0}^2$$

- (4) 将第(2)所得的十一个方程式分别减去第(3)所得的十一个方程式。

(5) 略去二阶以上的微偏项, 最后将脚标 1 去掉, 得到线性化后的方程组。实际上, 线性化后的方程组可直接由式(1)至(11)直接导出, 方法为:

- 1) 对式(1)至式(11)的方程两边分别取以微分。
- 2) 对微分后出现的未知函数本身直接用其稳态值代替, 未知函数的微分用未知函数本身代替即可得到线性化后的方程组, 如  $P_c$  用  $P_{c0}$  代替,  $dP_c$  用  $P_c$  代替<sup>[2]</sup>。
- (6) 将第(5)所得的线性化后的方程组进行拉普拉斯数学变换, 得到代数方程组, 求解此代数方程组。
- (7) 进行反拉氏变换, 最后换算到原坐标系即可得到结果。

经过具体求解, 得到保持状态下在平衡点附近运动的解:

$$X(t) = X_{0+} [X(0) - X_{0+}] e^{-\omega t} \cos \omega t + \frac{1}{\omega} [a(X(0) - X_{0+}) + \dot{X}(0)] e^{-\omega t} \sin \omega t \quad (12)$$

或:

$$X(t) = X_{0+} + C_0 e^{-\omega t} \sin(\omega t + \varphi) \quad (13)$$

$$\dot{X}(t) = \dot{X}(0) e^{-\omega t} \cos \omega t - C_1 e^{-\omega t} \sin \omega t \quad (14)$$

$$\dot{X}(t) = [\alpha \cdot C_1 - \omega X(0)]e^{-\alpha t} \sin \omega t - [\alpha X(0) + \omega \cdot C_1]e^{-\alpha t} \cos \omega t \tag{15}$$

$$P_c(t) = \frac{G}{A_c} \left(1 - \frac{Y_w}{Y_t}\right) + \frac{1}{A_c} \left[ \frac{X(0)}{2} \left(R_m + \frac{A_c^2}{K}\right) - \frac{G \cdot \omega \cdot C_1}{g} \right] e^{-\alpha t} \cos \omega t$$

$$+ \frac{1}{A_c} \left[ \frac{G \cdot \alpha \cdot C_1}{g} - \frac{G \cdot \omega}{g} X(0) - R_m \cdot C_1 \right] e^{-\alpha t} \sin \omega t \tag{16}$$

$$Q_k(t) = Q_{k0} + B_1 \left[ \frac{X(0)}{2} \left(R_m + \frac{A_c^2}{K}\right) - \frac{G \cdot \omega \cdot C_1}{g} \right] e^{-\alpha t} \cos \omega t$$

$$+ B_1 \left[ \frac{G \cdot \alpha \cdot C_1}{g} - \frac{G \cdot \omega}{g} X(0) - R_m \cdot C_1 \right] e^{-\alpha t} \sin \omega t \tag{17}$$

其中:  $t$  为时间,  $X(0)$  为扰动初位移,  $\dot{X}(0)$  为扰动初速度;

$$K = \frac{Q_{k0} \cdot A_c}{2} \left[ \frac{1}{A_c \cdot P_p - G \left(1 - \frac{Y_w}{Y_t}\right)} + \frac{1}{G \left(1 - \frac{Y_w}{Y_t}\right)} \right]$$

$$\alpha = \frac{g}{2G} \left( R_m + \frac{A_c}{K} \right) \tag{18}$$

$$\omega^2 = \frac{3b \cdot g \cdot A_h}{2e \cdot G \cdot K \cdot R_{h0}} \left(1 - \frac{F_0}{A_h}\right)^2 \sqrt{\frac{2g \cdot G \cdot A_c \left(1 - \frac{Y_w}{Y_t}\right)}{R_{h0} Y_w}} - \alpha^2 \tag{19}$$

$$C_0 = \sqrt{[X(0) - X_0]^2 + \frac{1}{\omega^2} \left\{ \alpha [X(0) - X_0] + \dot{X}(0) \right\}^2} \tag{20}$$

$$\varphi = \text{tg}^{-1} \frac{X_0 \cdot \omega}{\alpha [X(0) - X_0] + \dot{X}(0)} \tag{21}$$

$$C_1 = \frac{1}{\omega} \left\{ (\omega^2 + \alpha^2) [X(0) - X_0] + \alpha X(0) \right\}$$

$$B_1 = \frac{Q_{k0}}{2 \left[ P_p \cdot A_c - G \left(1 - \frac{Y_w}{Y_t}\right) \right]}$$

式(12)或式(13)是系统步进体在保持流量状态下受到小扰动后在平衡点附近运动的位移随时间变化的规律,式(14)、(15)、(16)、(17)分别是其速度、加速度、固定体内压力、保持流量随时间变化的规律。

由以上式子可知:步进体在保持流量状态下受到小扰动时,在平衡点附近的运动规律中,位移、速度、加速度、压力、流量皆按随时间逐渐衰减的正弦或余弦规律变化,其运动等效于一种具有小阻尼的衰减振动。从式(13)可看出:  $C_0$  为其幅值,  $\varphi$  为其相位角,  $\omega$  为圆频率,  $T = 2\pi/\omega$  为周期,  $\alpha$  为阻尼系数,  $f = 1/T$  为频率。

分析式(12)至(17)可知:

当  $T = 0$  时:  $X(t=0) = X(0); \dot{X}(t=0) = \dot{X}(0)$

当  $T \rightarrow \infty$  时:  $X(\infty) \rightarrow X_0; \dot{X}(\infty) \rightarrow 0; \ddot{X}(\infty) \rightarrow 0$

$$P_c(\infty) \rightarrow \frac{G}{A_c} \left(1 - \frac{Y_w}{Y_t}\right); Q_k(\infty) \rightarrow Q_{k0}$$

可见步进体经过一段时间的衰减运动后停止在原来的平衡位置上。

从式(20)、(21)可知:  $C_0$  和  $\varphi$  与运动的起始条件有关;而从式(18)和(19)可知:  $\alpha$ 、 $\omega$  与起始条件无关,只与系统的固有结构参数及其他基本参数有关,这和小阻尼振动特性完全一致。

对于本系统,根据基本结构参数和静态计算结果,可得:  $\alpha = 19.64 \text{ 1/s}; \omega = 91.31 \text{ rad/s}; T = 68.80 \text{ ms}; f = 14.53 \text{ Hz}$ 。

可见,此时的系统固有频率为 14.53 Hz,周期为 68.80 ms,阻尼系数为 19.64 1/s。

### 3.3 分段法

由于扰动的形式多种多样,  $X$  可能在任意位置上,而不仅仅在平衡点附近,所以就必须求出适合任意位置的解,这样,就得采用分段法来进行线性化处理。

分段法线性化的思路是把曲线用一系列直线近似代替, 对于式(1)至(11)所描述的运动中, 有  $W_k^2$ 、 $W_h^2$ 、 $W_l^2$  和  $R_h$  四种非线性因子, 且  $R_n$  是分段高阶非线性因子, 不易线性化, 为此采用逐步叠代法, 将四种非线性因子在时间  $t_i \leq t < t_i + \Delta t$  内进行线性化处理。

设  $R_{hi}$  是  $t = t_i$  时的  $R_h$  值, 则只要  $\Delta t$  足够小, 那么在  $\Delta t$  内  $R_h$  的变化也很小, 这样, 就可以把  $\Delta t$  内的  $R_h$  值看成是  $R_{hi}$ , 即在  $\Delta t$  内  $R_h$  可以看成是一个定值  $R_{hi}$ , 这样处理满足实际的物理过程, 因此, 就将  $R_h$  在  $t_i \leq t < t_i + \Delta t$  内进行了线性化, 而且只要  $\Delta t$  足够小, 这样处理产生的误差也将很小。

现把  $W_k^2$  进行线性化, 如图 3 所示, 把抛物线用一系列直线代替, 设  $W_{ki}$  是  $t = t_i$  时的值, 给定一个  $\Delta W_k$  小值, 那么  $W_{ki+1} = W_{ki} + \Delta W_k$ , 则在  $t_i \leq t < t_i + \Delta t$  内, 用直线  $AB$  代替抛物线变化, 只要  $\Delta t$  很小,  $\Delta W_k$ 、 $W_k$  在  $\Delta t$  内变化很小, 这样用直线  $AB$  代替抛物线规律变化产生的误差也将很小, 如此处理就将  $W_k^2$  在  $t_i \leq t < t_i + \Delta t$  内进行了线性化, 直线  $AB$  的方程为:

$$W_k^2 = a_k \cdot W_k + b_k$$

其中:  $a_k = \frac{W_{ki+1} - W_{ki}}{W_{ki+1} - W_{ki}}; b_k = -W_{ki} \cdot \frac{W_{ki+1} - W_{ki}}{W_{ki+1} - W_{ki}}$

同理得:  $W_h^2 = a_h \cdot W_h + b_h; W_l^2 = a_l \cdot W_l + b_l$

这样, 在  $t_i \leq t < t_i + \Delta t$  内, 就将方程组进行了线性化, 而且, 只要给定适当小的  $\Delta t$ , 这样线性化处理所产生的误差将非常小, 所得到的解将十分精确。

将线性化处理后的方程组进行拉氏数学变换, 变为代数方程组, 并求解代数方程组, 然后利用反拉氏变换得到  $t_i \leq t < t_i + \Delta t$  内的解, 最后把  $t = t_i + \Delta t$  时的解表示成  $t = t_i$  时的解, 就得到简单的递推算式。经具体计算得:

$$\dot{X}(i+1) = [B - AX(i)] e^{-A \cdot \Delta t} \tag{22}$$

$$X(i+1) = \frac{B}{A} - \frac{1}{A} \dot{X}(i+1) \tag{23}$$

$$X(i+1) = X(i) + \frac{\dot{X}(i)}{A} + \frac{B}{A} \cdot \Delta t - \frac{1}{A} \dot{X}(i+1) \tag{24}$$

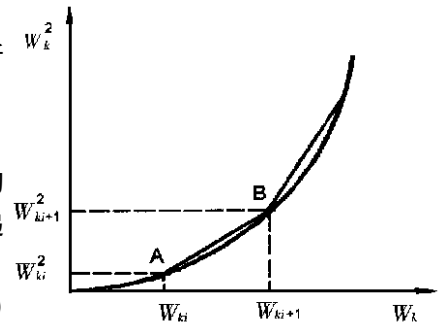


图 3 分段法线性化处理运动方程曲线

(24)

其中:

$$A = \frac{g}{G} \left[ R_m + \frac{A_c^2}{N} \right]$$

$$B = g \left( \frac{Y_w}{Y_l} - 1 \right) + \frac{g \cdot M}{G \cdot N}$$

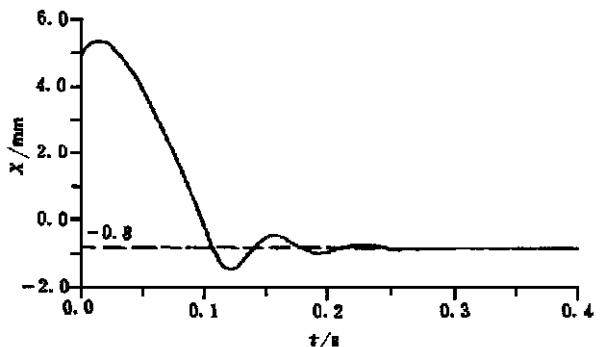
$$N = \frac{2g}{Y_w} \left[ \frac{A_t}{R_l \cdot a_l} + \frac{A_h}{R_h \cdot a_h} + \frac{A_k}{(R_h + R_y) \cdot a_k} \right]$$

$$M = A_c \left[ \frac{2g \cdot A_k \cdot P_p}{Y_w \cdot a_k (R_h + R_y)} - \frac{A_k \cdot b_k}{a_k} + \frac{A_l \cdot b_l}{a_l} + \frac{A_h \cdot b_h}{a_h} \right]$$

在具体计算过程中, 采用计算机逐步叠代法。根据  $t = t_i$  时的结果  $X(i), \dot{X}(i), \ddot{X}(i), P_c(i), Q_k(i)$  等, 将  $X(i)$  代入式(10)和(11)可求出  $R_h$ , 然后求出  $W_k(t), W_h(t), W_l(t)$  等值, 代入式(22)至(24)即可求出  $t = t_i + \Delta t$  时的结果, 再重复下去即可求出全部结果。在运动开始时, 即  $t = 0$  时, 把扰动的初始值代入即可。

#### 4 结果及其验证

把式(22)至(24)编成程序即可求出其数值解结果。图 4 是步进体受到扰动  $X(0) = 0.5 \text{ mm}, \dot{X}(0) =$



$$X(0) = 5.0 \text{ mm}, \dot{X}(0) = 0.05 \text{ m/s}$$

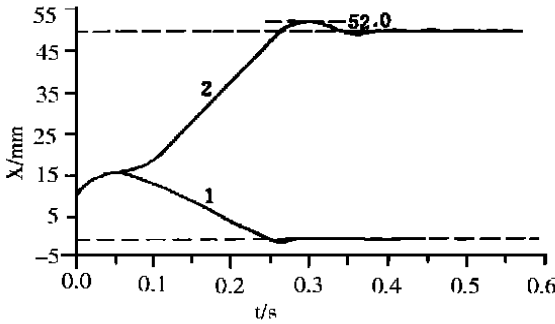
图 4 位移和时间关系曲线

0.05 m/s 后的位移——时间曲线,运动开始时从  $X(0) = 5.0 \text{ mm}$  处向上运动一小段距离,然后向下运动.经大约 0.2 s 的振动后,稳定在平衡点处.

可以看出,在平衡点附近,它是一个衰减振动,满足衰减振动的正弦(或余弦)规律.从输出的数据结果可知,其振动周期约为 69ms,振动频率为 14.5Hz,与微偏法得出的结果十分吻合,同时,通过超声波对步进体运动的位置检测实验结果表明:步进体在其过渡过程中有 14Hz 至 15Hz 左右的固有频率<sup>[2]</sup>,这样从一个侧面说明了微偏法和分段法得出的结果的正确性、精确性,而且在平衡点附近这两个结果是一致的,也说明固有频率和起始条件无关.

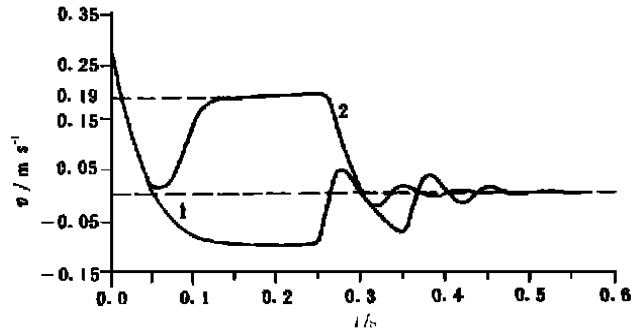
还可得出此种条件下的速度、加速度、固定体内压、保持流量随时间变化的曲线图.

当把初始扰动量分别改为  $X(0) = 9.0 \text{ mm}$ 、 $\dot{X}(0) = 0.30 \text{ m/s}$  和  $X(0) = 9.0 \text{ mm}$ 、 $\dot{X}(0) = 0.31 \text{ m/s}$  得到图 5 所示的  $X-t$  曲线图,图 6 是其  $v$  (即  $\dot{X}$ )— $t$  曲线图.



1— $X(0) = 9.0 \text{ mm}$ 、 $\dot{X}(0) = 0.30 \text{ m/s}$  ;  
2— $X(0) = 9.0 \text{ mm}$ 、 $\dot{X}(0) = 0.31 \text{ m/s}$

图 5 位移和时间关系曲线



1— $X(0) = 9.0 \text{ mm}$ 、 $\dot{X}(0) = 0.30 \text{ m/s}$  ;  
2— $X(0) = 9.0 \text{ mm}$ 、 $\dot{X}(0) = 0.31 \text{ m/s}$

图 6 速度和时间关系曲线

可见,当  $X(0) = 9.0 \text{ mm}$ 、 $\dot{X}(0) = 0.30 \text{ m/s}$  时,步进体最后稳定在原来的平静位置上  $X_0 = -0.8 \text{ mm}$ ,而当  $X(0) = 9.0 \text{ mm}$ 、 $\dot{X}(0) = 0.31 \text{ m/s}$  时,步进体向上运动了一步,最后稳定在  $X = 49.2 \text{ mm}$  处,同时,在步进体移过固定体内套上环槽后,有一段时间以约  $0.19 \text{ m/s}$  的速度一直匀速运动到上一个环槽,然后振荡,直到稳定.这种情况只要扰动初始值适当的话就会出现一段时间的匀速直线运动,且速度约为  $0.19 \text{ m/s}$ ,因为,当步进体在固定体上非环槽处运动过程中,随着  $X$  的增加,  $Q_c$  将增大,  $P_c$  将逐步减小,  $\dot{X}$  也将减小,当  $X$  增大到一定数值时,  $\dot{X}$  减小到零,此时步进体处于受力平衡状态,作匀速直线运动,这个速度可以用以下方程组求出,在此状态下有:

$$R_m \dot{X} - P_c A_c = -G \left(1 - \frac{y_w}{y_l}\right)$$

$$P_p - P_c = \frac{y_w}{2g} (R_k + R_y) W_k^2$$

$$P_c = \frac{y_w}{2g} R_h \cdot W_h^2$$

$$P_c = \frac{y_w}{2g} R_l \cdot W_l^2$$

$$Q_k = A_k \cdot W_k$$

$$Q_h = A_h \cdot W_h$$

$$Q_l = A_l \cdot W_l$$

$$Q_c = A_c \cdot \dot{X}$$

$$Q_k = Q_h + Q_l + Q_c$$

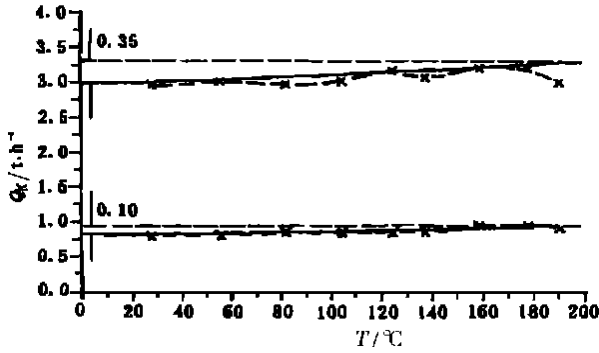
这是一组九元二次方程组,用正常数学方法可解出精确解,代入原始参数可求得:  $\dot{X} = 0.193 \text{ m/s}$ ;  $Q_c = 2.20 \text{ t/h}$ ;  $P_c = 2.28 \text{ kgf/cm}^2$ .

这个结果和用分段法得出的结果误差很小,说明用分段法解出的结果是足够精确的,也说明其数值解的正确性.

通过修改原始数据文件,从而改变原始参数,就可以研究原始参数对运动特性的影响情况,从而抓住主要矛盾,进行优化设计,激励有用的参数,抑制有害的参数,提高系统的稳定性和可靠性.

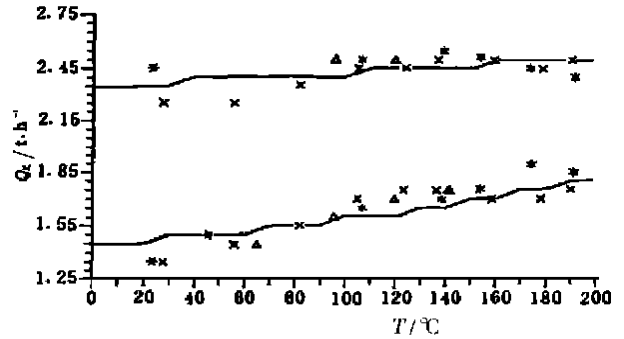
另外,如果引入温度参数,则利用分段法还可获得步进系统的热态特性.如图 7 所示为分段法的计算结果和实验结果的静态温度特性比较图,而图 8 所示为提升状态下的温度特性比较图,可见,分段法的计

算结果和实验数据吻合得很好, 这说明分段法解出的结果是比较精确的, 也说明采用分段法进行线性化处理是正确的。



— 为计算值; - x - 为实验值

图 7 静态温度特性曲线



— 为计算值; x、Δ、\* 分别为实验值

图 8 提升状态温度特性曲线

用分段法进行线性化处理还可对其它状态(如下降状态)进行研究和优化设计, 只是线性化过程复杂一些, 在此不再详述。

### 5 结束语

本文通过水力步进系统的实例简要说明了线性化分析方法在水力机械运动分析中的应用. 在水力机械的运动分析中, 其数学模型常常会出现一些非线性因子, 如平方因子(局部阻力的影响)和非线性阻力系数(复杂结构的影响), 至使其数学模型为二阶非线性微分方程组. 对于有平衡点, 并在平衡点附近运动的情况, 采用微偏法可得出运动规律的解析解, 有利于定性和定量分析; 对于任意运动的情况, 采用分段法和计算机数值计算相结合, 可简单地得出足够精确的数值解, 可用于分析系统的运动情况和可靠性, 有利于进行优化设计. 在采用分段法的求解过程中, 通过合理的线性化处理, 代替了复杂的数值积分, 克服了龙格——库塔求解非线性微分方程的复杂性和不足之处, 为求解此类方程提出了一种新方法, 且此方法简单方便, 具有一定的通用性, 只要非线性因子的线性化较为合理, 其解就足够精确, 满足科学研究和工程实际的需要。

#### 参考文献:

[1] 朱绍箕. 非线性系统的近似分析方法[C]. 北京: 国防工业出版社, 1980. 157~ 186.  
 [2] 钟士模, 郑大钟. 过渡过程分析[Z]. 北京: 清华大学出版社, 1980. 308~ 325.

## Application of Linearization Method in Kinematic Analysis of Hydraulic Machines

ZHANG Cheng- li<sup>1</sup>, WU Yuan- qiang<sup>2</sup>

(1. The Faculty of Electric Power Engineering, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650051, China ;  
 2. Institute of Nuclear Energy Technology, Tsinghua University, Beijing 100084)

**Abstract** This paper expatiate on the application of linearization method in kinematic analysis of Hydraulic machines with Hydraulic Step- Driving System as an example. In consideration of the complexity of fluid field, a method is presented, that is, first linearize the two- order nonlinear differential equations by reasonably neglecting the multi- powered small quantities or segmenting, then solve the linearized differential equations using Laplace transformation, the motion rule of the Step- Driving Part near the balance position is found and a simple numerical method to calculate the Step- Driving part's movement on any position is proposed. By this method, the Step- Driving part's motion performance and the system's reliability can be analyzed and the optimization- design can also be proposed.

**Key words:** linearization; hydraulic machines; kinematic; nonlinear; differential equation