第28卷 第4期　　昆明理工大学学报(理工版)　　Vol. 28 No. 4
2003年8月　　Journal of Kunming University of Science and Technology (Science and Technology)　　Aug. 2003

群中粗糙集的同态问题

张金玲
(昆明理工大学 理学院, 云南 昆明 650093)

摘要: 自 Z. Pawlak 于 1982 年提出粗糙集的概念以来, 粗糙集的理论与应用都在迅速发展. 将粗糙集的思想引入到一个代数系统, 可以按十分自然的方式导出所谓的粗糙代数的概念. Kuroki N 首次提出了粗糙子群、半群中的粗理想等概念, 但对有关同态问题研究不多. 文章在 Kuroki N 定义的粗糙子群和粗正规子群意义下, 进一步讨论了群中的粗糙集的同态问题.

关键词: 粗糙子群; 粗正规子群; 同态
中图分类号: O115　　文献标识码: A　　文章编号: 1007-855X(2003)04-0170-03

Homomorphism Issues on Rough Sets in Groups

ZHANG Jin-ling
(Faculty of Science, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650224, China)

Abstract: Since Z. Pawlak put forward the concept of rough sets in 1982, the theory and application of rough sets have been rapidly developed. Introducing the idea of rough sets into an Algebra system, the concept of rough Algebra can be naturally derived. The concepts of rough subgroups and rough normal subgroups was raised first by Kuroki N, but only a few studies on homomorphism issues were made. In the sense of Kuroki N, homomorphism issues on rough sets in groups are further discussed.

Key words: rough subgroups; rough normal subgroups; homomorphisms

1 预 备

我们首先引用 Kuroki N 的半群中的粗理想和粗糙子群作为本文的预备知识.

设 X 是一个半群, ρ 是 X 上的同余关系, 即 ρ 是满足如下条件的 X 上的一个等价关系: 对 $\forall x \in X$, $(a, b) \in \rho \Rightarrow (ax, bx), (xa, xb) \in \rho$. 我们以 $[a]\rho$ 记 a 所在的 ρ 同余类. 同余关系 ρ 决定了 X 上的一个近似空间 (X, ρ), 因此就有了 X 的子集的近似.

设 A 是 X 的任一了集, 则 $\rho_-(A) = \{x \in X \mid [X]\rho \subseteq A\}$, $\rho^-(A) = \{x \in X \mid [X]\rho \cap A \neq \Phi\}$, 它们分别称为 A 的 ρ 的下近似和 ρ 的上近似. $\rho(A) = (\rho_-(A), \rho^-(A))$ 称为 A 的 ρ 粗糙集.

半群 X 上的一个同余关系 ρ 称为是完备的如果对 $\forall a, b \in X$, $[a]\rho[b]\rho = [ab]\rho$

定理 1.1[1]　设 ρ 是半群 X 上的完备的同余关系, A, B 是 X 的非空子集, 则

1) $\rho^-(A)\rho^-(B) \subseteq \rho^-(AB)$

2) $\rho_-(A)\rho_-(B) \subseteq \rho_-(AB)$

定义 1.1[3]　设 ρ 是群 X 上的一个同余关系, X 的非空子集 A 称为 X 的一个粗子群, 如果 $\rho_-(A)$ 与 $\rho^-(A)$ 均是 X 的子群. A 群为 X 的一个粗正规子群, 如果 $\rho_-(A)$ 与 $\rho^-(A)$ 均是 X 的正规子群.

定理 1.2　设 ρ_N 是由群 X 上的一给定的正规子群 N 所决定的一个完备的同余关系, 如果 A 是群 X 的任一子群, 且 $N \subseteq A$, 则 A 是 X 的粗子群, 即 $\rho_{N-}(A)$ 与 $\rho_N^-(A)$ 均是 X 的子群. 如果 A 是群 X 的任一正规子群, 且 $N \subseteq A$, 则 A 是 X 的粗正规子群, 即 $\rho_{N-}(A)$ 与 $\rho_N^-(A)$ 均是 X 的正规子群.

定理 1.3　设 ρ_N 是由群 X 上的一给定的正规子群 N 所决定的一个完备的同余关系, 如果 A 是 X 的任

收稿日期: 2002-12-20.

作者简介: 张金玲(1974~), 女, 硕士研究生; 主要研究方向: 模糊系统与粗集理论. **E-mail:** jinlin48.hotmail.com

一子群, 且 $N \subseteq A$, 则 $\rho_{N-}(A)/\rho_N$ 与 $\rho^-_N(A)/\rho_N$ 均是 X/ρ_N 的子群. 如果 A 是 X 的任一正规子群, 且 $N \subseteq A$, 则 $\rho_{N-}(A)/\rho_N$ 与 $\rho^-_N(A)/\rho_N$ 均是 X/ρ_N 的正规子群.

2 粗糙集的同态

以下讨论群中的有关同态问题.

根据代数学中群的第二同构定理: 令 η 是群 X_1 到群 X_2 上的一个满同态, 且令 Λ 是 X_1 的包含核 $Ker\eta$ 的所有子群构成的集簇, 那么存在集 Λ 与 X_2 的一切子群之间的一个 1 – 1 对应. 而且, $N \in \Lambda$ 是 X_1 的正规子群当且仅当 $\eta(N)$ 是 X_2 正规子群. 此时, $\sigma: aN \to \eta(a)\eta(N)$ 是 X_1/N 到 $X_2/\eta(N)$ 间的一个同构. 我们有

定理 2.1　设 η 是群 X_1 到群 X_2 上的一个满同态, $Ker\eta \subseteq N$, 且 N 是 X_1 的正规子群, 对于 X_1 的任一非空子集 A, 则

1) $\eta(\rho_{N-}(A)) \subseteq \rho_{\eta(N)-}(\eta(A)$

2) $\eta(\rho^-_N(A)) \subseteq \rho^-_{\eta(N)}(\eta(A))$

证明: (1) $\forall a \in \rho_{N-}(A)$, 则 $[a] = aN \subseteq A$. 从而 $\eta([a]) = \eta(aN) = \eta(a)\eta(N) \subseteq \eta(A)$. 又因 $\eta(a)\eta(N) \in X_2/\eta(N)$. 因此, $\eta(a) \in \rho_{\eta(N)-}(\eta(A))$. 即 $\eta(\rho_{N-}(A)) \subseteq \rho_{\eta(N)-}(\eta(A))$.

3) $\forall a \in \rho^-_N(A) \Leftrightarrow [a] \cap A \neq \phi \Leftrightarrow \eta([a] \cap A) = \eta([a]) \cap \eta(A) \neq \phi$
$\Leftrightarrow \eta(a)\eta(N) \cap \eta(A) \neq \phi \Leftrightarrow \eta(a) \in \rho^-_{\eta(N)}(\eta(A))$.

因此, $\eta(\rho^-_N(A)) = \rho^-_{\eta(N)}(\eta(A))$.

注: 结论(1) 不能取为等号, 即 $\eta(\rho_{N-}(A)) \supseteq \rho_{\eta(N)-}(\eta(A)$, 一般是不成立的.

例如: 置换群 $X_1 = \{(1), (123), (132), (12), (13), (23)\}$ 到关于普通乘法的群 $X_2 = \{1, -1\}$ 间的一个映射 $\varphi: X_1 \to X_2$, 使得 $(1) \to 1, (123) \to 1, (132) \to 1, (12) \to -1, (13) \to -1, (23) \to -1$ 是群 X_1 到群 X_2 上的一个满同态, 且 $N = \{(1), (123), (132)\} = Ker\eta$ 是 X_1 的正规子群. 从而, $X_1/N = \{N, (12)N\}$, 而 $X_2/\eta(N) = X_2/\{1\} = \{\{1\}, \{-1\}\}$, 令 $A = \{(1), (123), (132), (12)\}$, 于是, $\rho_{N-}(A) = N$, 故 $\eta(\rho_{N-}(A)) = \{1\}$. 但 $\eta(A) = \{1, -1\}$, 从而, $\rho_{\eta(N)-}(\eta(A)) = \{1, -1\}$,

因而, $\eta(\rho_{N-}(A)) \supseteq \rho_{\eta(N)-}(\eta(A))$ 是不成立的.

定理 2.2　设 η 是群 X_1 到群 X_2 上的一个满同态, $Ker\eta \subseteq N$, 且 N 是 X_1 的正规子群, 对于 X_1 的任一正规子群 A, 且 $N \subseteq A$, 则

1) $X_1/\rho^-_N(A) \cong X_2/\rho^-_{\eta(N)}(\eta(A))$.

2) 映射 $\zeta: a\rho_{N-1}(A) \to \eta(a)\rho_{\eta(N)-}(\eta(A))$ 是 $X_1/\rho_{N-1}(A)$ 到 $X_2/\rho_{\eta(N)-}(\eta(A))$ 上的一个满同态.

证明　1) 因 $Ker\eta \subseteq N \subseteq A \subseteq \rho^-_N(A)$, 且因 A 是 X_1 的正规子群, 由定理 1.2 知, $\rho^-_N(A)$ 是 X_1 的正规子群, 于是, 根据群的第二同构定理及定理 2.1(2) 有 $X_1/\rho^-_N(A) \cong X_2/\rho^-_{\eta(N)}(\eta(A))$.

3) 我们首先证明: 映射 $\Phi: a\eta(\rho_{N-}(A)) \to a\rho_{\eta N-}(\eta(A))$ 是 $X_2/\eta(\rho_{(N)-}(A))$ 到 $X_2/\rho_{\eta N-}(\eta(A))$ 上的一个满同态.

事实上, 因 $Ker\eta \subseteq A$, 则 $Ker\eta \subseteq \rho_{N-}(A)$, 且 $\rho_{N-}(A)$ 是 X_1 的正规子群, 因而 $\eta(\rho_{N-}(A))$ 是 X_2 正规子群. 又由定理 2.1(1) 知, $\eta(\rho_{N-}(A)) \subseteq \rho_{\eta(N)-}(\eta(A))$, 且 $\rho_{\eta(N)-}(\eta(A))$ 是 X_2 的正规子群, 因而 $\eta(\rho_{N-}(A))$ 是 $\rho_{\eta(N)-}(\eta(A))$ 的正规子群, 从而,

$$\rho_{\eta(N)-}(\eta(A)) = \bigcup_{a \in \rho_{\eta(N)-}(\eta(A))} a\eta(\rho_{N-}(A))$$

这意味着 Φ 是一个满射.

于是, $\Phi[(a_1\eta(\rho_{N-}(A)))(a_2\eta(\rho_{N-}(A)))] = a_1a_2\rho_{\eta(N)-}(\eta(A))$
$= (a_1\rho_{\eta N-}(\eta(A)))(a_2\rho_{\eta(N)-}(\eta(A))) = \Phi(a_1\eta(\rho_{N-}(A)))\,\Phi(a_2\eta(\rho_{N-}(A)))$

因此, $\Phi: a\eta(\rho_{N-}(A)) \to a\rho_{\eta(N)-}(\eta(A))$ 是 $X_2/\eta(\rho_{N-}(A))$ 到 $X_2/\rho_{\eta(N)-}(\eta(A))$ 上的一个满同态.

其次, 因 $Ker\eta \subseteq N \subseteq A$, 则 $Ker\eta \subseteq \rho_{N-}(A)$, 且 $\rho_{N-}(A)$ 是 X_1 的正规子群. 于是由群的第二同构定理

知, $\psi: a\rho_{N-}(A) \to \eta(a)\ \eta(\rho_{N-}(A))$ 是 $X_1/\rho_{N-}(A)$ 到 $X_2/\rho_{\eta(N)-}(\eta(A))$ 之间的一个同构. 因而, 映射 $\zeta(=\Phi\psi): a\rho_{N-}(A) \to \eta(a)(\rho_{\eta(N)-}(\eta(A))$ 是 $X_1/\rho_{N-}(A)$ 到 $X_2/\rho_{\eta(N)-}(\eta(A))$ 上的一个满同态.

参考文献:

[1] Kuroki N. Rough ideals in semigroups[J]. Information Sciences. 1997, 100: 139~ 163.

[2] Kuroki N. The lower and upper approximations in a fuzzy group[J]. Infomation Sciences. 1996, 90: 203~ 220.

[3] R. Biswas and S. Nanda. Rough groups and rough subgroups[J]. Bull. Polish Acad. Math. 1994, 42: 251~ 254.

[4] Pawlak Z. Rough sets[J]. Intemation Journal of Computer and Information Sciences. 1982, 11: 341~ 354.

[5] 张文修, 吴伟志, 梁吉业, 等. 粗糙集理论与方法[M]. 北京: 科学出版社, 2001. 93~ 97.

[6] Jacobson N. 基础代数[M]. 北京: 高等教育出版社, 1987.

(上接第158页)

应按照"以民为主, 官民给合"的思路成立风险投资机构, 或者说采取"官助民办"的模式发展我国的风险投资事业. 其特点是要政府搭台, 企业唱戏. 政府主要在提供启动基金, 营造良好发展环境, 健全退出机制等方面发挥积极作用. "官助民办"的主要思想是政府资本投入风险投资基金, 但不控股, 让民间投资主体进行管理运营. 政府应综合运用税收、信用、贴息贷款以及政府采购等多种支持手段, 调动民间投资主体的积极性, 提高政府支持效率.

9 加快风险投资专业人才的培养和引进, 为规避风险创造人才资源高地

几乎所有投资者都恪守一条座右铭: 有好的经营者, 总能找到好项目; 没有好的经营者, 好项目也做不成功. 风险投资人才至关重要. 从事风险投资事业的人才, 不仅需要掌握金融领域的相关知识, 而且还应当熟悉相关产业的高新技术. 只有这样才能对投资项目进行正确评估, 降低投资风险.

风险投资的真谛是对投资风险的驾驭, 必须有专门化的管理人才对风险投资公司和风险企业的经营进行严格的管理. 风险投资能否成功, 直接与风险投资管理人员有关. 在我国, 这种具备科技、金融、企业管理等多方面知识的综合性人才严重缺乏. 这也是风险资本投资阶段后移的重要原因之一.

在人才建设上, 一方面, 可通过改进教育体制, 培养创新思维能力, 注重在职培训和继续学习来提高本土人才的综合素质; 另一方面, 可从海外引进高层次风险投资人才来建设高素质的风险投资人才队伍.

10 结束语

风险投资是科技成果产业化的"助推器". 我国目前风险投资资金供给主体单一, 供给总量不足, 规模过小. 影响风险投资资金供给的因素有收益、风险、信用、金融机构的参与、竞争、税收、法律制度等方面. 由于风险投资是一个由融资、投资、管理、退出等环节构成的, 复杂、开放的循环系统, 为了改善风险投资资金的供给状况, 就要从优化风险投资的运营环境入手, 使风险投资体系诸环节步入良性循环的轨道, 增大对投资者的吸引力.

参考文献:

[1] 黄 达. 货币银行学[M]. 北京: 中国人民大学出版社, 1999. 109~ 380.

[2] 姜波克. 国际金融学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2000. 62~ 289.

[3] 霍文文. 证券投资学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2000. 7~ 168.

[4] 刘红忠, 朱 叶. 金融市场学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2000. 11~ 236.

[5] 斯蒂标利茨. 经济学(中译本)[M]. 北京: 中国人民大学出版社, 1998. 76~ 514.

[6] 李 扬. 中国金融理论前沿[M]. 北京: 社会科学文献出版社, 2001. 255~ 271.

[7] 徐绪松. 投资项目的评审[M]. 北京: 民主与建设出版社, 2002. 36~ 321.

[8] 风险投资论坛[OL]. 中国风险投资商务网, http: // www. cut. com. cn.