

doi: 10.16112/j.cnki.53-1223/n.2019.04.017

# 脱贫攻坚背景下贫困地区 PPP 项目 财政补偿机制研究

朱黎<sup>1</sup>, 王松江<sup>1,2</sup>

(1. 昆明理工大学 管理与经济学院, 云南 昆明 650093; 2. 昆明理工大学 城市学院, 云南 昆明 650051)

**摘要:** 脱贫背景下 PPP 项目财政补偿的研究有利于帮助政府为贫困地区发展 PPP 项目财政补贴机制的设计提供了一定的建议, 也为政府在贫困地区对 PPP 项目的管理提供了重要的理论依据. 本文以贫困地区的 PPP 项目为背景, 在考虑政府方和社会投资者方之间的风险偏好的基础上, 构建 Stackelberg 博弈决策模型, 从社会效益(集中决策)和项目收益(分散决策)的角度考虑了 PPP 项目的财政补偿机制, 得出贫困地区发展 PPP 项目最优补偿方案. 贫困地区的 PPP 项目考虑政府和私人投资风险偏好的 Stackelberg 博弈决策模型在集中决策下达到了最优解, 实现项目社会效益和自身收益的均衡.

**关键词:** 脱贫攻坚; PPP 项目; 财政补偿机制; Stackelberg 博弈模型

**中图分类号:** F283    **文献标志码:** A    **文章编号:** 1007-855X(2019)04-0117-10

## A Research on Financial Compensation Mechanism of PPP Projects in Poor Areas in the Background of Poverty Alleviation

ZHU Li<sup>1</sup>, WANG Songjiang<sup>1,2</sup>

(1. Faculty of Management and Economics, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650093, China;

2. City College, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650051, China)

**Abstract:** The research on the financial compensation mechanism of PPP projects under the background of poverty alleviation provide some suggestions for the design of financial subsidies for the development of PPP projects in poverty-stricken areas, and also provides an important theoretical basis for the government to manage PPP projects in poverty-stricken areas. Based on the PPP project in poverty-stricken areas, this paper constructs the Stackelberg game decision-making model based on the risk preference between the government and the social investors, from the perspective of social benefits (centralized decision-making) and project benefits (decentralized decision-making). Taking into account the financial compensation mechanism of the PPP project, the optimal compensation plan for the development of PPP projects in poor areas was obtained. The Stackelberg game decision model considering the government and private investment risk preference in PPP projects in poverty-stricken areas achieves the optimal solution under centralized decision-making, achieving the balance between project social benefits and self-revenue.

**Key words:** Poverty Alleviation; PPP Project; Financial Compensation Mechanism; Stackelberg Game Model

收稿日期: 2018-12-15. 基金项目: 国家自然科学基金项目(70962003).

作者简介: 朱黎(1993-), 女, 硕士研究生. 主要研究方向: 项目管理, 项目融资. E-mail: 834393544@qq.com

通信作者: 王松江(1960-), 男, 双硕士, 教授, 博士生导师. 主要研究方向: 项目管理, 项目融资.

E-mail: richard777wang@163.com

## 0 引言

习近平总书记在2017年深度贫困地区脱贫攻坚座谈会上提出“基础设施和社会事业发展滞后是深度贫困的主要原因”<sup>[1]</sup>。贫困地区自然环境较差,灾害频发,地理位置偏僻,交通不便,资源匮乏。特别是在西南、西北、青藏高原,其中某些深度贫困地区的公共基础设施建设成本高,施工难度大,要实现贫困地区基础设施建设水平大幅度提高,以期达到全国平均水平难度很大。从实际来看,一方面,在多数贫困地区地方政府资金有限,且一旦政府支出增加,在一定程度上挤压私人消费,不利于当地经济发展,所以仅依靠政府并不能解决问题。另一方面,当地自建效率低下且缺乏技术。为了从根本上解决贫困地区的发展问题,必须要创新扶贫机制,其中一个非常有效的方法是在贫困地区鼓励政府与社会资本合作(PPP)推进扶贫开发<sup>[2]</sup>。PPP项目在贫困地区的实施能够将政府和社会资本的资源整合,优势互补,达到政府实现基础设施建设的目的,也达到满足社会资本取得相对稳定的投资回报的目的,为推进脱贫攻坚奠定了基础<sup>[3]</sup>。

PPP模式的主要优点在于在公共基础设施领域引入社会资本补充资金进行项目建设,同时提高公共产品和服务供给能力和效率<sup>[4]</sup>。对于贫困地区大型市政基础设施建设项目,社会效益的要求较高,如果采用政府财政支出和商业银行贷款方式将产生巨大的财政压力和项目建设运营风险,所以应该引入社会资本参与这些项目。但是由于贫困地区公共基础设施建设难度高、资金回收期长、对于私人资本吸引力小,因此如果政府不提供合理的补偿作为激励很难吸引私人投资者,政府必须借助适当的政府补偿机制来弥补资本方除收回成本以外的最低利润要求,才能有效调动社会资本参与贫困地区项目的积极性。

PPP项目中政府补偿机制是PPP项目利益分配的重要组成部分,其中政府补偿机制成为政府方和社会资本博弈的关键议题。当前,有很多对PPP项目的补偿机制的研究。最早关于财政补贴的研究大多针对特定领域政府项目的补偿研究,廖楚晖为研究政府融资项目普遍性的财政补贴解决方案,构建了最小化比例补贴决策优选模型来进行分析政府项目在融资中解决的财政补贴方式,得出不同的财政补贴方式分别适用于不同类型的政府融资项目<sup>[5]</sup>。陈晓红为解决PPP项目中政府对私人资本补偿的最优问题,引入项目中实物期权模型的方法讨论投资、收入、需求三种补偿方式如何补偿项目中的延迟期权,政府应该如何通过资金补偿来激励私人资本对项目进行投资<sup>[6]</sup>。高颖等人利用需求补偿机制构建了有关私人部门收益和消费者剩余模型,在比较需求量补偿机制对在价格上限不变和上限变化的情况下私人部门项目收益和最终消费者剩余计算结果的影响,从而得出有效需求补偿的范围,并进行算例分析<sup>[7]</sup>。

现有研究大多都还局限于政府部门通过在PPP项目建设期或运营期内给予一定范围内的经济补偿,但忽略了政府补偿对私人投资风险偏好及决策的影响,缺乏对公私之间博弈机理的深层探讨,从而很难确定最佳的补偿机制。其次在贫困地区,多数有关基础设施建设的PPP项目具有一定战略意义,是加快贫困地区脱贫的基础,这类项目未来收益较少,现有的政府补偿策略很难发挥其积极作用,并且面临着无法得到真正实施的尴尬局面。本文以贫困地区的PPP项目为例,在考虑政府方和社会投资者方之间的风险偏好的基础上,构建Stackelberg博弈决策模型,从社会效益(集中决策)和项目收益(分散决策)的角度考虑了PPP项目的财政补偿机制,得出贫困地区发展PPP项目最优补偿方案。本研究对于政府在贫困地区对PPP项目的财政补偿机制的实施提供了重要的理论依据。

## 1 问题描述及模型构建

脱贫攻坚背景下,贫困地区的供水、公路等基础设施建设是一种国家战略意义上的建设,政府更多的需要考虑其社会效益而非经济效益。贫困地区的PPP项目通常由地方政府发起,需要对其社会效益进行监督,在项目收益不足以弥补成本时,为了使项目顺利进行,需要投入资金补充项目资金缺口,这些资金也是政府债务的来源,因此地方政府存在一定的风险厌恶。对于私人投资者,贫困地区的大型公共基础设施建设项目,其投资数额大、资金回收期长、项目不确定性风险因素多等问题,严重阻碍了他们的投资信心,私人投资者同样存在一定的风险厌恶。贫困地区的PPP项目只有综合考虑政府和私人投资者不同的风险偏好,设计合理的补偿机制才可以使私人投资者和政府的利益达到协调,在满足私人投资者获得最大的经

济效益的同时也能达到项目的最大的社会效益。

PPP项目的补偿可以根据其在项目进行的不同发展阶段分为前补偿和后补偿。前补偿是在建设期对私人投资者前期投入的资金补偿,主要是指在PPP项目识别、准备和采购阶段,承诺给予私人投资者一次性固定补偿费用,后者则是在运营期内,运营收益达不到私人投资者最低收益率的效益缺口进行补偿,主要是指在PPP项目执行和移交阶段,根据项目实际收益对社会资本承诺收益的不足部分进行的补偿<sup>[8]</sup>。贫困地区的PPP项目的前期建设需要大量的资金投入,由于项目风险较高,如果项目发生前期的非正常情形下的退出,投资方将损失惨重,所以政府在项目前期给予一次性的补偿是贫困地区PPP项目吸引私人投资者参与PPP项目的必需手段。贫困地区的PPP项目作为脱贫攻坚的重要战略方法,其社会效益同样受到严格的监管,这需要以运营期补偿的形式激励私人投资者在项目运营期间内持续提供高质量运营与维护服务。因此,贫困地区的PPP项目应构建前期固定补偿和后期变动补偿相结合的动态补偿机制,既能确保项目前期可以顺利开展,又能保障项目在运营期间私人投资者持续提供高质量的产品和服务,以达到最大的社会效益。

### 1.1 模型假设

假设1:假定政府将某贫困地区的PPP项目的建设和运营的特许权委托给某私人投资者。这个项目的投资成本为 $C$ ,其产生的社会价值为 $V(C)$ ,项目价值的系数为 $m$ 。那么这个项目的社会价值函数 $V(C)$ 的具体表现形式:

$$V(C) = mC(m > 0) \quad (1)$$

假设2:假定政府给予私人投资者的一次性固定补偿占项目总投资额的比例为 $\varphi(0 < \varphi < 1)$ , $T$ 为特许经营期,则一次性固定成本补偿 $S_c$ 为:

$$S_c = \varphi C \quad (2)$$

PPP项目的财政补偿( $S$ )通常主要由建设期补偿( $S_c$ )和运营期补偿( $S_o$ )组成。因此对于贫困地区基础建设项目,政府在前期给予私人投资者一次性给定的固定补偿的基础上,政府还需要根据政府许诺的基准收益与项目的实际收益情况给予私人投资者适当的运营期补偿。

假设3:假定政府承诺给私人投资者的基准运营收益为 $R_e$ ,则可以定量表示为:

$$R_e = nC(n > 1) \quad (3)$$

其中: $n$ 为政府在特许经营期内许可的收益率,即私人可以接受的最低投资回报率,可以利用资本定价模型的方法确定其投资回报率<sup>[9]</sup>。

1) 当项目实际运营收益等于政府许诺的基准收益时,政府可根据特许经营合同,给予投资者固定成本补偿;

2) 当实际运营收益小于政府许诺的基准收益时,政府除了给予投资者固定补偿,还应视收益情况给予适当的期间补偿;

3) 当项目实际运营收益大于政府许诺的基准收益时,政府可以通过税收等方式,分配一部分运营收益,实现PPP项目政府和私人部门利益共享、风险分担、全程合作。

有效的补偿机制中有关于运营期的财政补偿由政府许诺的基准收益( $R_e$ )与项目实际运营收益( $R_\alpha$ )的差值决定,其补偿力度由 $\theta$ 决定,则运营期变动成本补偿 $S_o$ 为:

$$S_o = \theta(R_e - R_\alpha) = \theta\left(\frac{nC}{T} - r_\alpha C\right) \quad (4)$$

其中: $R_\alpha$ 为单期实际收入 $R_\alpha = \bar{R}_\alpha + \varepsilon$ , $Var(\varepsilon) = \sigma^2$ , $\sigma^2$ 为 $R_\alpha$ 的方差, $\theta$ 为项目运营期补偿系数, $r_\alpha$ 为年实际运营收益率, $\bar{r}_\alpha$ 为收益率的期望值。则 $\bar{R}_\alpha$ 可以表示为:

$$\bar{R}_\alpha = \bar{r}_\alpha C \quad (5)$$

设项目的运营成本为 $M(C)$ ,则项目的单期投资期望投资净收益 $\bar{R} = \bar{R}_\alpha - \frac{M(C)}{T}$ ,因为投资回报的边

际递减效应则有  $\frac{\partial^2 \bar{R}}{\partial C^2} = -\frac{\partial^2 M(C)}{\partial C^2} * \frac{1}{T} < 0$ , 可知  $M(C)$  为增函数, 随着项目建成进入实际运营阶段, 运营维护成本会相应增加, 因此可以设项目运营维护成本为:

$$M(C) = kC^\alpha (k > 0, \alpha > 0) \quad (6)$$

其中:  $k$  为运营维护成本系数, 并且为了数学分析和计算方便起见, 设  $\alpha = 2$ . 项目开始前期会有摩擦或适应性成本, 而运行一段时间后其运行成本相对前期会有所降低, 随后运营成本会逐渐增加, 因为在实际项目建设中前期摩擦成本难以确定, 并且从项目整个周期来看, 前期适应性成本占比较小, 可以忽略不计, 所以为保证求解的客观性, 本文对前期适应性成本不做考虑.

以上假定的收益与补偿均不考虑资金的时间价值.

## 1.2 Stackelberg 博弈决策模型的构建

根据以上假设, 在贫困地区的政府承诺给私人投资者的特许权收益的条件下, 私人投资者接受补偿契约从而获得的单期投资利润的支付函数为:

$$\pi_p = R_\alpha + S_c + S_o - \frac{C}{T} - \frac{M(C)}{T} = \varphi C - \frac{C}{T} - \frac{kC^2}{T} + \frac{\theta nC}{T} + (1 - \theta) R_\alpha \quad (7)$$

考虑到贫困地区的财政补偿来源于国家收入中的公共财政资金, 由于公共财政资金因为资源配置问题会产生的一些无谓的损失, 称之为影子价格<sup>[10]</sup>, 设影子价格系数为  $(1 + \lambda) S$ , 且  $\lambda > 0$ , 则贫困地区的政府 (G) 的单期支付函数为:

$$\pi_G = \frac{V(C)}{T} - (R_\alpha - \frac{M(C)}{T}) + \pi_p - (1 + \lambda) S = \frac{mC}{T} - \frac{C}{T} - \lambda \left[ \varphi C + \theta \left( \frac{nC}{T} - R_\alpha \right) \right] \quad (8)$$

### 1) 私人投资的风险偏好

贫困地区的政府方效用函数即为收益函数  $g(\pi_G)$ , 而私人投资需要考虑贫困地区的 PPP 项目的成本回收和投资收益, 进而确定其风险偏好, 为了更好地刻画私人投资者决策时的不同风险偏好行为, 假定私人资本是理性的对风险绝对规避, 假设建立一个具有不变绝对风险规避特征的效用函数, 贫困地区 PPP 项目的私人投资的期望效用函数如下:

$$p(\pi_p) = -e^{-\rho_1 \pi_p} \quad (9)$$

式中:  $\rho_1$  为私人风险偏好系数, 表示私人不同风险偏好.

对式(9)中的  $\pi_p$  两次求导易得:

$$p(\pi_p)' = \rho_1 e^{-\rho_1 \pi_p} > 0 \quad (10)$$

$$p(\pi_p)'' = -\rho_1^2 e^{-\rho_1 \pi_p} < 0 \quad (11)$$

根据式(7)中  $\pi_p$  服从正态分布, 可以得出私人投资的单期支付函数的概率密度函数为:

$$f(\pi_p) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}(1-\theta)\sigma} \exp\left(-\frac{(\pi_p - (\varphi C - \frac{C}{T} - \frac{kC^2}{T} - \frac{\theta nC}{T} + (1-\theta)\bar{R}_\alpha))^2}{2(1-\theta)^2\sigma^2}\right) \quad (12)$$

根据式(12)计算期望值  $E[-e^{-\rho_1 \pi_p^*}]$  为增函数, 可以得出私人投资单期最大期望效用等于最大化等价收益  $\pi_p^*$ :

$$\max E[p(\pi_p)] = \pi_p^* = \varphi C - \frac{C}{T} - \frac{kC^2}{T} + \frac{\theta nC}{T} + (1-\theta)\bar{r}_\alpha C - \frac{1}{2}\rho_1(1-\theta)^2\sigma^2 \quad (13)$$

式中:  $\frac{1}{2}\rho_1(1-\theta)^2\sigma^2$  为私人投资者在贫困地区 PPP 项目中的风险成本,  $\sigma^2$  为影响随机收益的方差. 当  $\theta = 1$  时私人投资收益完全由政府进行补充, 此时无需承担任何风险.

### 2) 政府部门的风险偏好

由于 PPP 项目的发起人为政府,所以一般认为政府在 PPP 项目的投资中呈风险中性,但也有学者指出,PPP 项目主要由地方政府发起,地方政府由于要考虑到其政绩考核因素,通常不会投资有风险的基础设施项目。PPP 项目由政府方发起,但是需要对项目收益缺口进行付费,简而言之就是在项目运营收益达不到私人资本最低期望收益时,政府需要给与投资方一定程度的补贴,所以政府方也存在一定的风险厌恶,同样假设政府方的风险规避系数为  $\rho_2$ ,则政府方效用函数为:

$$\max E[g(\pi_g)] = \frac{mC}{T} - \frac{C}{T} - \lambda [\varphi C + \theta(\frac{nC}{T} - \bar{r}_\alpha C)] - \frac{1}{2}\rho_2\lambda^2\theta^2\sigma^2 \quad (14)$$

### 3) 政府和私人投资者的风险偏好组合

贫困地区的 PPP 项目包含了私人投资者和政府,他们不同的风险偏好组合构成了不同的补偿博弈模型。如表 1 所示,其中第一组为不考虑政府和私人投资者风险偏好的风险中性组合,另外三组都考虑了政府和私人投资者之间至少一方对风险厌恶的偏好。

表 1 政府和私人投资者的风险偏好组合

Tab.1 Risk Preference Portfolio of Government and Private Investors

风险组合	政府	私人投资者
组合 1	风险中性( $\rho_2 = 0$ )	风险中性( $\rho_1 = 0$ )
组合 2	风险中性( $\rho_2 = 0$ )	风险厌恶( $\rho_1 > 0$ )
组合 3	风险厌恶( $\rho_2 > 0$ )	风险中性( $\rho_1 = 0$ )
组合 4	风险厌恶( $\rho_2 > 0$ )	风险厌恶( $\rho_1 > 0$ )

## 2 博弈决策分析

在贫困地区的 PPP 项目中,由地方政府作为项目发起人制定财政补偿和利益分配方案,私人投资者会首先根据对 PPP 项目做一个事前评估,分析项目的实施和运营难度,确定是否能够参与该项目,然后根据政府的补偿方案和利益分配方案分析确定是否有利可图,能否达到预期收益,从而作出投资决策。但与此同时,当地政府并不了解投资者的态度与意向,所以政府部门和私人部门在贫困地区的 PPP 项目的进行中实际上构成了一种 Stackelberg 博弈。这时政府需要提供一份合理的补偿方案,确定项目前期固定成本补偿和项目后期变动成本补偿的补偿系数,用合理的补偿方案吸引私人投资者进行投资,同时也可以实现项目最优的投资规模。

### 2.1 分散决策下的博弈模型与分析求解

在 Stackelberg 博弈中,分散决策角度下的决策分析是分别考虑项目社会效益和私人部门可获得的项目收益下做出的决策。在脱贫攻坚背景下,政府对于具有战略意义的贫困地区 PPP 项目的开展享有主导权,政府必须保证此项目的社会效益。私人投资者作为项目参与者,假设参与 PPP 项目的约束条件为在项目中获得的收益不小于其保留效用  $w$ ,由此考虑最优补偿机制设计等价于求解如下模型:

$$\max E[g(\pi_g)] = \frac{mC}{T} - \frac{C}{T} - \lambda [\varphi C + \theta(\frac{nC}{T} - \bar{r}_\alpha C)] - \frac{1}{2}\rho_2\lambda^2\theta^2\sigma^2 \quad (15)$$

$$\max E[p(\pi_p)] = \varphi C - \frac{C}{T} - \frac{kC^2}{T} + \frac{\theta nC}{T} + (1 - \theta)\bar{r}_\alpha C - \frac{1}{2}\rho_1(1 - \theta)^2\sigma^2 \quad (16)$$

$$\max E[p(\pi_p)] \geq w \quad (17)$$

由于以扶贫为目的的 PPP 项目投资大、效益低,所以假定私人投资效益刚好得到满足,因此可取约束条件(16)为等号,即:

$$\varphi C - \frac{C}{T} - \frac{kC^2}{T} + \frac{\theta nC}{T} + (1 - \theta)\bar{r}_\alpha C - \frac{1}{2}\rho_1(1 - \theta)^2\sigma^2 = w \quad (18)$$

私人投资者对项目可以实现的实际投资收益一般很难预测,所以首先需要考虑分散决策方案,即政府通过假设私人期望收益最大化来预测项目的规模由此进行决策补偿.私人投资者的决策选择的式(16)一阶条件和二阶条件如下:

$$\frac{\partial E [P(\pi_p)]}{\partial C} = \varphi - \frac{1}{T} - \frac{2kC}{T} + \frac{\theta n}{T} + (1 - \theta) \bar{r}_\alpha \quad (19)$$

$$\frac{\partial^2 E [P(\pi_p)]}{\partial C^2} = -\frac{2n}{T} < 0 \quad (20)$$

以下“\*”表示分散决策时的最优决策.

由式(19)为C的凹函数在一阶条件下等于0时有私人投资者的最优投资规模C\*满足:

$$C^* = \frac{\theta(n - \bar{r}_\alpha) + \varphi T + \bar{r}_\alpha T - 1}{2k} \quad (21)$$

对式(21)分析可知,在 $n - \bar{r}_\alpha T > 0$ ,即需要提供运营期补偿情形下, $\frac{\partial C^*}{\partial \theta} > 0$ , $\frac{\partial C^*}{\partial n} > 0$ , $\frac{\partial C^*}{\partial k} < 0$ ;由 $\frac{\partial C^*}{\partial r} = (1 - \theta)T$ 及 $\frac{\partial C^*}{\partial T} = (1 - \theta)\bar{r}$ 可知:当 $\theta < 1$ 时, $\frac{\partial C^*}{\partial r} > 0$ 且 $\frac{\partial C^*}{\partial T} > 0$ ;当 $\theta > 1$ 时, $\frac{\partial C^*}{\partial r} < 0$ 且 $\frac{\partial C^*}{\partial T} < 0$ ;当 $\theta = 1$ 时, $\frac{\partial C^*}{\partial r} = 0$ 且 $\frac{\partial C^*}{\partial T} = 0$

私人投资存在最优策略C\*满足上式,且私人投资水平和建设期补偿系数、运营期补偿系数、基准运营收益率、运营期实际收益率期望值等影响因素之间具有相关性.C\*与运营期补偿 $\theta$ 、政府固定补偿 $\varphi$ 和政府许诺的投资者收益率n正相关,与运营成本系数k负相关;当 $\theta < 1$ 时与项目运营期T及项目的实际单位投资期望收入 $\bar{r}$ 正相关,当 $\theta > 1$ 时与T、 $\bar{r}$ 负相关, $\theta = 1$ 时无关;与私人风险偏好 $\rho$ 无关.结合式(13)可知, $\theta < 1$ 时,政府给予社会资本部分运营期补偿并未能完全弥补社会资本运营期期望的收益,政府需要承担一部分经营风险,随着特许经营期的延长和项目收益增长,对私人投资者的激励作用越大.但当 $\theta > 1$ 时,政府完全弥补收益缺口,将与私人投资者共担运营风险.

此时在将上述求得的最优规模(21)代替(16)作为政府期望问题的约束条件,并且满足令私人投资者的效用满足投资者保留效用w的(18),将(18)代入(15)中,可得:

$$\begin{aligned} \max E[g(\pi_c)] &= \left[ \frac{m-1}{T} - \lambda \left( \frac{1}{T} - \bar{r}_\alpha \right) \right] \left[ \frac{\theta^* (n - \bar{r}_\alpha T) + \varphi T + \bar{r}_\alpha T - 1}{2k} \right] - \\ &\lambda \frac{k}{T} \left( \frac{\theta^* (n - \bar{r}_\alpha T) + \varphi T + \bar{r}_\alpha T - 1}{2k} \right)^2 - \lambda w - \frac{1}{2} \lambda \rho_1 (1 - \theta^*)^2 \sigma^2 - \frac{1}{2} \lambda^2 \rho_2 (\theta^*)^2 \sigma^2 \end{aligned} \quad (22)$$

式(22)的1阶2阶导数分别为:

$$\frac{\partial \max E}{\partial \theta^*} = \frac{n - \bar{r}_\alpha T}{2kT} [m - 1 - \varphi \lambda T - \theta^* \lambda (n - \bar{r}_\alpha T)] + (1 - \theta^*) \lambda \rho_1 \sigma^2 - \lambda^2 \rho_2 \theta^* \sigma^2 \quad (23)$$

$$\frac{\partial^2 \max E}{\partial (\theta^*)^2} = -\lambda \frac{(n - \bar{r}_\alpha T)^2}{2k} - \lambda \rho_1 \sigma^2 < 0 \quad (24)$$

由于式(24)为凹函数,则式(24)在一阶导数等于0时 $E[g(\pi_c)]$ 有最大值,则分散决策下政府最优运营期补偿系数 $\theta_c^*$ 为:

$$\theta_c^* = \frac{(n - \bar{r}_\alpha T)(m - 1 - \lambda \varphi T) + 2kT \lambda \rho_1 \sigma^2}{\lambda (n - \bar{r}_\alpha T)^2 + 2kT \lambda \rho_1 \sigma^2 + 2kT \lambda^2 \rho_2 \sigma^2} \quad (25)$$

分散决策下政府最优项目投资规模C\*:

$$C_c^* = \frac{(n - \bar{r}_\alpha T)^2 (m - 1 - \lambda \varphi T) + 2kT\lambda\rho_1\sigma^2(n - \bar{r}_\alpha T) + \varphi T(2kT\lambda\rho_1\sigma^2 + 2kT\lambda^2\rho_2\sigma^2)}{2k\lambda(n - \bar{r}_\alpha T) + 4k^2T\lambda\rho_1\sigma^2 + 4k^2T\lambda^2\rho_2\sigma^2} + \frac{\bar{r}_\alpha T - 1}{2k} \quad (26)$$

由式(17)(18)可得到分散决策下最优单期期望补偿如下:

$$E[S^*] = w + \frac{[\theta_c^*(n - \bar{r}T)]^2 - (\varphi T + \bar{r} - 1)^2}{4nT} + \frac{1}{2}\rho_1(1 - \theta_c^*)^2\sigma^2 \quad (27)$$

此时政府的期望效应为:

$$\begin{aligned} \max E[g(\pi_c)] &= \left[ \frac{m-1}{T} - \lambda \left( \frac{1}{T} - \bar{r} \right) \right] \left( \frac{\theta_c^* k + (1 - \theta_c^*) \bar{r} T - 1}{2n} \right) - \lambda w - \\ &\lambda \frac{(\theta_c^* k + (1 - \theta_c^*) \bar{r} T - 1)^2}{4nT} - \frac{1}{2} \lambda^2 \rho_2 (\theta_c^*)^2 \sigma^2 \end{aligned} \quad (28)$$

以上博弈的结果是公私双方在不同风险偏好组合分散决策情形下的最优决策。因此我们可以得出在分散决策角度分析下,PPP项目最优投资规模满足式(26),最优补偿契约满足式(27),政府期望效用满足(28),但是分析式(22)和(28)可知,当 $\rho_1 \rightarrow \infty$ 时 $\theta_c^* = 1$ , $C_c^* = \frac{n-1+\varphi T}{2k}$ ;当 $\rho_2 \rightarrow \infty$ 时 $\theta_c^* = 0$ , $C_c^* = \frac{\bar{r}T-1+\varphi T}{2n}$ ;当 $\rho_1 \rightarrow \infty$ 且 $\rho_2 \rightarrow \infty$ 时 $\theta_c^* = \frac{1}{1+\lambda}$ ,但显然 $E[g(\pi_c)]$ 、 $E[g(\pi_p)]$ 都为负值,无法满足双方利益要求,因此政府和私人投资者在分散决策下无法达成双方合作的博弈均衡。

## 2.2 集中决策博弈分析

在 Stackelberg 博弈,集中决策角度下的决策分析是考虑项目社会效益下做出的决策。集中决策是基于政府的决策为主,首先考虑政府的投资效益函数,政府更多地考虑到贫困地区的社会效益的最大化,即假设政府代替私人投资者确定项目的投资规模,并对私人资本进行财政补偿,以使项目实现社会效益最大化。

集中决策时的 Stackelberg 博弈决策模型可表示为:

$$\max E[g(\pi_c)] = \frac{mC}{T} - \frac{C}{T} - \lambda[\varphi C + \theta(\frac{nC}{T} - \bar{r}_\alpha C)] - \frac{1}{2}\rho_2\lambda^2\theta^2\sigma^2 \quad (29)$$

$$\max E[p(\pi_p)] \geq w \quad (30)$$

构建上述模型的拉格朗日函数  $L(C, \varphi, \theta)$

$$\begin{aligned} L(C, \varphi, \theta) &= \frac{mC}{T} - \frac{C}{T} - \lambda[\varphi C + \theta(\frac{nC}{T} - \bar{r}C)] - \frac{1}{2}\rho_2\lambda^2\theta^2\sigma^2 + \\ &\zeta \left[ \varphi C - \frac{C}{T} - \frac{kC^2}{T} + \frac{\theta nC}{T} + (1 - \theta)\bar{r}C - \frac{1}{2}\rho_1(1 - \theta)^2\sigma^2 - w \right] \end{aligned} \quad (31)$$

其 K-T 条件为:

$$\frac{\partial L(C, \varphi, \theta)}{\partial \varphi} = -\lambda C + \zeta C = 0 \Rightarrow \lambda = \zeta \quad (32)$$

$$\frac{\partial L(C, \varphi, \theta)}{\partial C} = \frac{m}{T} - \frac{1}{T} - \lambda \left( \frac{1}{T} + \frac{2kC}{T} - \bar{r}_\alpha \right) = 0 \quad (33)$$

$$\frac{\partial L(C, \varphi, \theta)}{\partial \theta} = \lambda \rho_1 (1 - \theta) \sigma - \rho_2 \lambda^2 \theta \sigma^2 = 0 \quad (34)$$

$$\frac{\partial L(C, \varphi, \theta)}{\partial \zeta} = 0 \Rightarrow \varphi C - \frac{C}{T} - \frac{kC^2}{T} + \frac{\theta nC}{T} + (1 - \theta)\bar{r}_\alpha C - \frac{1}{2}\rho_1(1 - \theta)^2\sigma^2 = 0 \quad (35)$$

以下标“\*\*”表示集中决策时的最优决策.

由式(33)可得集中决策时,采用逆向求解法,项目的最优投资规模  $C^*$  满足:

$$C_G^{**} = \frac{m-1-\lambda+\lambda\bar{r}T}{2k\lambda} \quad (36)$$

由(34)可得

$$\theta_G^{**} = \frac{\rho_1}{\rho_1 + \lambda\rho_2} \quad (37)$$

将  $\theta^{**}$ ,  $C^{**}$  代回(31)和(35)可得集中决策下政府期望效用和最优期望补偿分别为

$$\begin{aligned} \max E[g(\pi_G)] &= \frac{mC^{**}}{T} - \frac{C^{**}}{T} - \lambda \left[ w + \frac{C^{**}}{T} + \frac{k(C^{**})^2}{T} - \bar{r}_\alpha C^{**} \right] - \\ &\quad \frac{1}{2}\lambda\rho_1(1-\theta^{**})^2\sigma^2 - \frac{1}{2}\rho_2\lambda^2\theta^2\sigma^2 \end{aligned} \quad (38)$$

$$E(S^{**}) = w + \frac{C^{**}}{T} + \frac{k(C^{**})^2}{T} - \bar{r}C^{**} + \frac{1}{2}\lambda\rho_1(1-\theta^{**})^2\sigma^2 \quad (39)$$

在集中决策的模式下的  $C^{**}$  满足  $\frac{\partial C^{**}}{\partial m} > 0$ ,  $\frac{\partial C^{**}}{\partial k} < 0$ ,  $\frac{\partial C^{**}}{\partial r} > 0$ ,  $\frac{\partial C^{**}}{\partial \lambda} > 0$ ; PPP 项目的最优投资规模  $C^{**}$  与社会价值、运营期实际收益率、公共资金成本呈正相关,与运营维护成本系数呈负相关.

在集中决策角度下 PPP 项目最优投资规模满足式(36),政府期望效用函数满足式(38),最优补偿契约满足式(39).

在 PPP 项目的实践中作为理性的决策应该是从项目整体效益出发,即集中决策下的解应该是项目的最优解.根据式(22)令

$$f(C) = \frac{mC}{T} - \frac{C}{T} - \lambda \left( \frac{C}{T} - \bar{r}_\alpha C + w + \frac{kC^2}{T} \right) \quad (40)$$

$$h(\theta) = -\frac{1}{2}\lambda\rho_1(1-\theta)^2\sigma^2 - \frac{1}{2}\rho_2\lambda^2\theta^2\sigma^2 \quad (41)$$

则政府效用在两种决策模式中最大值的表达式为:

$$\max E[g(\pi_G)] = \max f(C) + \max h(\theta) \quad (42)$$

易证  $\frac{\partial^2 f(C)}{\partial C^2} < 0$ ,  $\frac{\partial^2 h(\theta)}{\partial \theta^2} < 0$ , 即  $f(C)$ ,  $h(\theta)$  为凸函数,且分别在  $\frac{\partial f(C)}{\partial C} = 0$ ,  $\frac{\partial h(\theta)}{\partial \theta} = 0$  处有最大值,

此时显然  $\max E[g(\pi_G)] = \max f(C) + \max h(\theta)$ . 由上式求解可知  $C_{\max} = C_G^{**}$ ,  $\theta_{\max} = \theta_G^{**}$ , 即集中决策的最优解为项目最优解.

观察式(38)并结合式(21)可知,只有当  $\rho_1 = 0$ ,  $\rho_2 = 0$  或  $\frac{\rho_1}{\lambda\rho_2 + \rho_1} = \frac{m-1}{\lambda(k-\bar{r}T)}$  时,才有  $C_G^* = C_G^{**}$ ,  $\theta_G^* = \theta_G^{**}$ ,  $\max E[g^*(\pi_G)] = \max E[g^{**}(\pi_G)]$ . 集中决策是从项目整体的利益最大化的角度进行决策,因此特别是针对贫困地区的 PPP 项目,从理性其最优决策也应该是项目整体的最优解.

通过分散决策第一阶段得出最优私人投资规模  $C^*$ , 见(21)式,与分散决策中第二阶段中最高补偿系数  $\theta_G^*$ , 见(25)式,令分散决策下项目最优投资规模与集中决策下最优投资规模相等求得建设期最优补偿  $\varphi$  的表达式,则有:

$$\frac{\theta_G^*(n-\bar{r}_\alpha T) + \varphi T + \bar{r}_\alpha T - 1}{2k} = \frac{m-1-\lambda+\lambda\bar{r}_\alpha T}{2k\lambda} \quad (43)$$

联立(25)(43)可解得:



$$\varphi^{***} = \frac{1}{T} \left[ \frac{m-1}{\lambda} - \frac{\rho_1(n - \bar{r}_\alpha T)}{\rho_1 + \lambda\rho_2} \right] \quad (44)$$

对(44)的分析可得  $\frac{\partial \varphi^{***}}{\partial m} > 0$ ,  $\frac{\partial \varphi^{***}}{\partial n} < 0$ ,  $\frac{\partial \varphi^{***}}{\partial r_\alpha} > 0$ , 项目社会价值越大, 项目建设期一次性固定补偿越高; 政府许可的投资回报越高, 项目建设期一次性固定补偿越低; 项目实际运营收益率越高, 项目建设期一次性固定补偿越高. 对式(44)的求解符合实际, 当项目具有较高的社会价值, 并且其实际运营收益较高, 政府方便会在前期给与较高的补偿比例, 更好地吸引社会资本参与项目, 促进项目的推进.

在项目整体最优解情况下, 可以求得混合补偿下政府一次性固定补偿系数为  $\varphi^{***} = \frac{1}{T} \left[ \frac{m-1}{\lambda} - \frac{\rho_1(n - \bar{r}_\alpha T)}{\rho_1 + \lambda\rho_2} \right]$ , 运营期的补偿系数为  $\theta^{***} = \frac{\rho_1}{\lambda\rho_2 + \rho_1} = \frac{m-1}{\lambda(k - \bar{r}T)}$ , 最优解下的最优补偿为  $S = \varphi^{***} C^{**} + \theta^{**} \left( \frac{nC^{**}}{T} - r_\alpha C^{**} \right)$ .

以上“\*\*\*”表示项目最优解时的最优表示.

但需要强调的是, 由于  $\varphi \in [0, 1]$ , 因此这样的混合补偿方式存在有效区间, 要求公私偏好处于一定的范围之内, 具体要求为  $\frac{\rho_1}{\lambda\rho_2 + \rho_1}$  满足  $\frac{m-1-\lambda}{\lambda(n - \bar{r}T)} \leq \frac{\rho_1}{\lambda\rho_2 + \rho_1} \leq \frac{m-1}{\lambda(k - \bar{r}T)}$ ; 当双方都为风险中性  $\rho_1 = 0$ ,  $\rho_2 = 0$  的, 项目最优解可以达到分散和集中决策的协调.

综上所述, 研究以贫困地区的 PPP 项目为背景的补偿问题, 在考虑政府部门和社会投资者双方风险偏好差异的基础上, 构建公私双方的 Stackelberg 博弈决策模型, 分别从集中决策和分散决策角度求解最优的补偿方案, 博弈决策模型求解为: (1) 在分散决策下, 当  $\rho_1 \rightarrow \infty$  时  $\theta_c^* = 1$ ,  $C_c^* = \frac{n-1+\varphi T}{2k}$ ; 当  $\rho_2 \rightarrow \infty$  时  $\theta_c^* = 0$ ,  $C_c^* = \frac{\bar{r}T-1+\varphi T}{2n}$ ; 当  $\rho_1 \rightarrow \infty$  且  $\rho_2 \rightarrow \infty$  时  $\theta_c^* = \frac{1}{1+\lambda}$ , 但显然  $E[g(\pi_c)]$ ,  $E[g(\pi_p)]$  都为负值, 无法满足双方利益要求, 因此, 政府和私人投资者在分散决策下无法达成双方合作的博弈均衡. (2) 集中决策下, 只有当  $\rho_1 = 0$ ,  $\rho_2 = 0$  或  $\frac{\rho_1}{\lambda\rho_2 + \rho_1} = \frac{m-1}{\lambda(k - \bar{r}T)}$  时  $C_c^* = C_c^{**}$ ,  $\theta_c^* = \theta_c^{**}$ ,  $\max E[g^*(\pi_c)] = \max E[g^{**}(\pi_c)]$ , 分散决策和集中决策下才会达到均衡. 此时在贫困地区的 PPP 项目中, 集中决策是从项目整体的利益最大化的角度进行决策, 以最大理性的角度出发集中决策下的最优解是项目整体最优解. 项目最优解时的项目补偿为  $S = \varphi^{***} C^{**} + \theta^{**} \left( \frac{nC^{**}}{T} - r_\alpha C^{**} \right)$ . 混合的财政补偿下前期的固定补偿为  $S_c = \varphi^{***} C^{**}$ , 由(42)可知对于社会价值越大的项目, 前期一次性固定补偿的比例较高; 运营期变动补偿为  $S_o = \theta^{**} \left( \frac{nC^{**}}{T} - r_\alpha C^{**} \right)$ , 只有当  $\rho_1 = 0$ ,  $\rho_2 = 0$  或  $\frac{\rho_1}{\lambda\rho_2 + \rho_1} = \frac{m-1}{\lambda(k - \bar{r}T)}$  时  $C_c^* = C_c^{**}$ ,  $\theta_c^* = \theta_c^{**}$ ,  $\max E[g^*(\pi_c)] = \max E[g^{**}(\pi_c)]$  项目有最优解时, 由(24)可知当  $n - r_\alpha T \neq 0$  时, 运营期补偿系数为  $\theta^{***} = \frac{(m-1-\lambda\varphi T)}{\lambda(n - r_\alpha T)}$ , 取决于项目社会价值与项目前期得到补偿的抵消与私人资本实际可从政府许可收益中溢价的回报率的相除.

针对贫困地区 PPP 项目, 混合的财政补偿模式适用于贫困地区这类具有巨大社会效应并且具有一定运营效应的 PPP 项目, 对于此类项目, 政府方应该加大前期固定补偿比例, 前期固定补偿系数决定社会资本参与的积极程度; 当  $\rho_1 = 0$ ,  $\rho_2 = 0$  或  $\frac{\rho_1}{\lambda\rho_2 + \rho_1} = \frac{m-1}{\lambda(k - \bar{r}T)}$  时, 从分散决策(私人资本效益最大化的角度)和集中决策(政府资本效用最大化)的角度可达到项目最优解. 表明只有当私人资本不惧怕风险, 政府方和社会资本方对项目风险偏好呈中性时, 才能达到政府方和社会方双方效益最优化.

### 3 结论

本文以贫困地区的 PPP 项目为背景,研究了其补偿机制来增加投资者的吸引力.在考虑政府方和社会投资者方之间的风险偏好的基础上,构建 Stackelberg 博弈决策模型,从集中决策和分散决策的角度考虑了 PPP 项目的财政补偿机制,得出贫困地区发展 PPP 项目最优补偿方案.对于集中决策和分散决策下博弈均衡的求解,得出贫困地区考虑政府与私人投资者之间的风险偏好时,当政府和私人投资者风险偏好都为中立时,分散决策和集中决策下才会达到均衡.此时在贫困地区的 PPP 项目中,基于最大理性的角度出发集中决策下的最优解是项目整体最优解.

本文具有一定的实际意义,基于脱贫攻坚背景下贫困地区的基础设施建设方面的 PPP 项目,仅依靠社会资本投资无法取得预期收益,同时要求国家和地方政府根据项目特征和类别进行一定的财政补贴,以保证项目的顺利建设、运营,并且政府给予一定的建设期补偿才能吸引优秀的私人投资者补足建设资金,其次贫困地区的 PPP 项目作为脱贫攻坚的重要战略方式,其社会效益同样受到严格的监管,这需要以运营期补偿的形式激励私人投资者持续提供高质量运营与维护服务.本文针对贫困地区 PPP 项目采用建设期一次性补偿和运营期变动补偿相结合的变动性补偿机制,同时考虑了政府和私人投资者的风险偏好,构建 Stackelberg 博弈决策模型得出项目最优解,并解出在项目最优解下建设期和运营期的最优补偿系数.本文的研究结果为贫困地区发展 PPP 项目提供了一定的决策方法,合理的财政补偿机制可以使得项目中私人投资方和政府方的利益达到协调,在满足私人投资者的利益情况下,实现项目的最大社会效用.

#### 参考文献:

- [1] 习近平. 在深度贫困地区脱贫攻坚座谈会上的讲话[M]. 北京:人民出版社,2017.
- [2] 宁爱照,李思经,郭静利. 发挥 PPP 模式优势助力贫困地区脱贫攻坚[J]. 中国食品,2017(12):100-103.
- [3] 沈红兵. PPP 项目的财务管理探讨[J]. 企业改革与管理,2016(7):121-121.
- [4] Maskin E, Tirole J. Public - private partnerships and government spending limits[J]. International Journal of Industrial Organization, 2008, 26(2):412-420.
- [5] 廖楚晖,刘向杰,段吟颖. 政府融资项目的财政补贴机制研究[J]. 中南财经政法大学学报,2011,184(1):39-44.
- [6] 陈晓红,郭佩含. 基于实物期权的 PPP 项目政府补偿机制研究[J]. 软科学,2016,30(6):26-29.
- [7] 高颖,张水波,冯卓. PPP 项目运营期间需求量下降情形下的补偿机制研究[J]. 管理工程学报,2015,29(2):93-102.
- [8] 杜杨,丰景春. 基于公私不同风险偏好的 PPP 项目政府补偿机制研究[J]. 运筹与管理,2017(11):190-199.
- [9] 吴孝灵,周晶,王冀宁,等. 基于 CAPM 的 BOT 项目“有限追索权”融资决策模型[J]. 管理工程学报,2012,26(2):175-183.
- [10] 刘明. 中国公共资金边际成本估量与分析[J]. 财经论丛,2009,147(6):31-38.