第29卷第5期 昆明理工大学学报(理工版) Vol.29 No.5
2004年10月 Journal of Kunming University of Science and Technology(Science and Technology) Oct. 2004

自反传递粗集中近似算子与拓扑算子的复合

陈世联[1], 郭 昀[2]
(1.昆明理工大学 理学院,云南 昆明 650093; 2.曲靖师范学院 数学系,云南 曲靖 65500)

摘要: 在内部算子、闭包算子和近似算子概念的基础上,研究了内部算子、闭包算子与自反传递粗集中近似算子的复合以及交叉复合,得到了它们之间的一些关系.

关键词: 粗集; 近似算子; 内部算子; 闭包算子
中图分类号:TP18 **文献标识码**:A **文章编号**:1007-855X(2004)05-0133-03

Compound of Topology Operators and Approximate Operators in Reflexive and Transitive Rough Sets

CHEN Shi-lian[1], GUO Yun[2]
(1.Faculty of Science, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650093, China;
2.Dept of Mathematics, Qujing Normal College, Qujing, Yunnan 655000, China)

Abstract: On the basis of interior operators, closure operators and approximate operators, the compound and overlapping compound of interior operators, closure operators and approximate operators are studied in reflexives and transitive rough sets. Some connections among them are obtained.

Key words: rough sets; approximate operators; interior operators; closure operators

0 引 言

自1982年波兰数学家Z.Pawlak提出粗集概念[1]以来,粗集理论已受到国内外学者越来越广泛地关注.粗集理论是一种新的处理模糊和不确定性知识的数学工具,其主要目的是在保持分类能力不变的前提下,通过知识约简,导出决策规则.上、下近似算子是粗集理论中最基本的概念,对粗集理论的研究的不断深入,与其它数学分支的联系也更加紧密.

拓扑学是现代数学的核心内容之一,拓扑学中的一些基本概念、方法和理论已渗透到数学的其它分支.自反传递的粗集代数中的近似算子与拓扑空间中的内部和闭包算子有密切联系.因此,本文就内部算子、闭包算子与自反传递粗集中的近似算子的复合及交叉复合作进一步探讨,为粗集结构与拓扑结构的进一步整合奠定一些基础.

1 预备知识

定义1[5] 设(X,Γ)为拓扑空间;$i,c:P(X)\rightarrow P(X)$是映射.$\forall A,B\in P(X)$,若

(1) $i(X)=X$;	(1′) $c(\phi)=\phi$;
(2) $i(A)\subseteq A$;	(2′) $A\subseteq c(A)$;
(3) $i(A\cap B)=i(A)\cap i(B)$;	(3′) $c(A\cup B)=c(A)\cup c(B)$;
(4) $i(i(A))=i(A)$.	(4′) $c(c(A))=c(A)$.

则称映射i为X上的内部算子,映射c称为X上的闭包算子.

在(X,Γ)中,有

(5) $i(A)=\bigcup\{G\subseteq A\mid G\in\Gamma\}$,(6) $c(A)=\bigcap\{A\subseteq F\mid \sim F\in\Gamma\}$.

收稿日期: 2003-11-19. **基金项目**: 云南省教育厅自然科学基金(项目编号: 02ZY111).
第一作者简介: 陈世联(1964.3~),男,教授.主要研究方向: 粗集理论与决策分析.

定义 2[2] 设$L,H:P(U)\to P(U)$是一对对偶算子.$X,Y\in P(U)$,若L满足如下(L_1),(L_2),(L_3),(L_4);或等价地,H满足(H_1),(H_2),(H_3),(H_4).

(L_1) $L(U)=U$; (H_1) $H(\phi)=\phi$;

(L_2) $L(X\cap Y)=L(X)\cap L(Y)$; (H_2) $H(X\cup Y)=H(X)\cup H(Y)$;

(L_3) $L(X)\subseteq X$; (H_3) $X\subseteq H(X)$;

(L_4) $L(X)\subseteq LL(X)$. (H_4) $HH(X)\subseteq H(X)$.

则称系统$(P(U),\cup,\cap,\sim,L,H)$为一个自反传递粗集代数,$L,H$称为近似算子.

因为满足上述公理的算子L,H所诱导的U上的二元关系R是自反传递的,所以,$(P(U),\cup,\cap,\sim,L,H)$就称为自反传递的粗集代数.

在给定(L_3)和(H_3)的条件下,(L_4)和(H_4)分别等价于

(L_5) $L(X)=LL(X)$, (H_5) $H(X)=HH(X)$.

在自反传递粗集代数中,L满足(L_1),(L_2),(L_3),(L_5);H满足(H_1),(H_2),(H_3),(H_5).因此,自反传递粗集代数可以认为是一个拓扑粗集代数.

2 近似算子与内部闭包算子的复合性质

为使粗集结构与拓扑结构进一步整合,近似算子与拓扑算子的交叉复合就显得尤为重要.

内部算子和近似算子L的作用将使集合变小,闭包算子和近似算子H的作用将使集合变大,同算子的复合具有幂等性.

设U为论域,(U,Γ)为拓扑空间,L,H为自反传递粗集中的近似算子.

在一般的(U,Γ,L,H)中,有

性质 1 设$(P(U),\cup,\cap,\sim,L,H)$为自反传递粗集代数,$(U,\Gamma)$为拓扑空间.则

(1) $Li(A)\supseteq\bigcup\{L(G)\mid G\subseteq A,G\in\Gamma\}$,$Hi(A)=\bigcup\{H(G)\mid G\subseteq A,G\in\Gamma\}$.

(2) $Lc(A)=\bigcap\{L(F)\mid A\subseteq F,\sim F\in\Gamma\}$,$Hc(A)\subseteq\bigcap\{H(F)\mid A\subseteq F,\sim F\in\Gamma\}$.

(3) $iL(A)=\bigcup\{G\mid G\subseteq L(A),G\in\Gamma\}$,$iH(A)=\bigcup\{G\mid G\subseteq H(A),G\in\Gamma\}$.

(4) $cL(A)=\bigcap\{F\mid L(A)\subseteq F,\sim F\in\Gamma\}$,$cH(A)=\bigcap\{F\mid H(A)\subseteq F,\sim F\in\Gamma\}$.

证明从略.

性质 2 $Hi(A)\subseteq HiH(A)$,$iHi(A)\subseteq iH(A)$.

证明 因为$A\subseteq H(A)$,由内部算子和算子H的性质有$i(A)\subseteq iH(A)$,$Hi(A)\subseteq HiH(A)$.由$i(A)\subseteq A$,有$Hi(A)\subseteq H(A)$,$iHi(A)\subseteq iH(A)$.

记 $O=\bigcup\{G\mid G\subseteq H(A),G\not\subseteq A,G\in\Gamma\}$.

性质 3 $Hi(A)\cup O\supseteq iH(A)$,$Hi(A)\supseteq iH(A)-O$.

证明 $Hi(A)\cup O=\bigcup\{H(G)\mid G\subseteq A,G\in\Gamma\}\cup(\bigcup\{G\mid G\subseteq H(A),G\not\subseteq A,G\in\Gamma\})\supseteq\bigcup\{G\mid G\subseteq H(A),G\in\Gamma\}=iH(A)$.

$iH(A)-O=\bigcup\{G\mid G\subseteq A,G\in\Gamma\}=i(A)$,由算子$H$的性质,$Hi(A)\supseteq i(A)=iH(A)-O$.

性质 4 $Hi(A)\cup H(O)=HiH(A)$,$iH(A)-O=i(A)\subseteq iHi(A)$.

证明 $Hi(A)\cup H(O)=\bigcup\{H(G)\mid G\subseteq H(A),G\in\Gamma\}=H(\bigcup\{G\mid G\subseteq H(A),G\in\Gamma\})=HiH(A)$.

$\forall G\subseteq A,G\in\Gamma$,因$G\subseteq H(G)$,所以,$G\subseteq\bigcup\{H(G)\mid G\subseteq A,G\in\Gamma\}$,即$G\subseteq Hi(A)$,$G\in\Gamma$.从而$G\subseteq\bigcup\{G\mid G\subseteq Hi(A),G\in\Gamma\}=iHi(A)$,故$iH(A)-O=i(A)\subseteq iHi(A)$.

性质 5 $Hi(A)=i(A)\cup(\bigcup\{H(G)-G\mid G\subseteq A,G\in\Gamma\}$,$iH(A)=i(A)\cup O$.

证明从略.

性质 6 $Lc(A)\supseteq LcL(A)$,$cLc(A)\supseteq cL(A)$.

证明 因为 $A \supseteq L(A)$,由闭包算子与算子 L 的性质有,$c(A) \supseteq cL(A)$,$Lc(A) \supseteq LcL(A)$.因 $c(A) \supseteq A$,所以,$Lc(A) \supseteq L(A)$,$cLc(A) \supseteq cL(A)$.

记 $I = \bigcap \{F \mid F \supseteq L(A), A \not\subset F, \sim F \in \Gamma\}$.

定义3 设 A_1, A_2 为集族,规定 $\odot, \oplus$ 如下

$$\bigcap \{F \mid F \in A_1\} \odot \bigcap \{F \mid F \in A_2\} = \bigcap \{F \mid F \in (A_1 - A_2)\},$$

$$\bigcap \{F \mid F \in A_1\} \oplus \bigcap \{F \mid F \in A_2\} = \bigcap \{F \mid F \in (A_1 \cup A_2)\}.$$

性质7 $Lc(A) \subseteq cL(A) \odot I$, $Lc(A) \oplus L(I) \subseteq cL(A)$.

证明 $cL(A) \odot I = \bigcap \{F \mid F \supseteq A, \sim F \in \Gamma\} = c(A) \supseteq Lc(A)$.

$Lc(A) \oplus L(I) = \bigcap \{L(F) \mid F \supseteq L(A), \sim F \in \Gamma\} = LcL(A) \subseteq cL(A)$.

性质8 $cLc(A) \subseteq cL(A) \odot I = c(A)$, $Lc(A) \oplus L(I) = LcL(A)$.

证明 $\forall F \supseteq A, \sim F \in \Gamma$,因为 $F \supseteq L(F)$,所以,$F \supseteq \bigcap \{L(F) \mid F \supseteq A, \sim F \in \Gamma\}$,即 $F \supseteq Lc(A), \sim F \in \Gamma$,从而 $F \in \{F \mid F \supseteq Lc(A), \sim F \in \Gamma\}$,故 $\bigcap \{F \mid F \supseteq A, \sim F \in \Gamma\} \supseteq \bigcap \{F \mid F \supseteq Lc(A), \sim F \in \Gamma\}$,即 $cLc(A) \subseteq cL(A) \odot I = c(A)$.

$Lc(A) \oplus L(I) = \bigcap \{L(F) \mid F \supseteq L(A), \sim F \in \Gamma\} = LcL(A) \subseteq cL(A)$.

性质9 $Lc(A) = c(A) \oplus L(I)$, $cL(A) = c(A) \odot I$.

证明从略.

参考文献:

[1] PawlakZ. Rough sets[J]. Int J Comp Sci, 1982, 11(5): 341~356.
[2] 张文修,吴志伟,梁吉业等.粗糙集理论与方法[M].北京:科学出版社,2001.
[3] 刘清.Rough 集理论及 Rough 推理[M].北京:科学出版社,2001.
[4] 曾黄麟.粗集理论及其应用[M].重庆:重庆大学出版社,1998.
[5] 刘旺金,温华永.拓扑学基础[M].武汉:武汉大学出版社,1992.
[6] Pawlak Z. Rough sets and Fuzzy sets[J]. Fuzzy sets and systems, 1985, 14(17): 99~102.