

零相位滤波器在非平稳信号分析中的应用研究

李之雄, 郭瑜, 郑华文

(昆明理工大学 机电工程学院, 云南 昆明 650093)

摘要: 对非平稳信号处理中滤波器的选用作了深入研究, 发现零相位滤波器在通带范围内能有效消除一般 IIR 滤波器对非平稳信号产生的相位失真和频率改变. 为在非平稳信号处理中, 正确选用滤波器提供了参考, 同时提高了非平稳信号的分离精度. 论述了将零相位滤波器引入到非平稳信号分析中作为抗频混滤波器的必要性和可行性, 并在 LabVIEW 平台下, 进行了仿真对比实验.

关键词: 零相位; 数字滤波器; 非平稳信号; LabVIEW

中图分类号: TH115 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-855X(2007)05-0018-05

Study on the Application of Zero-Phase Filter to Non-stationary Signal Analysis

LIZhixiong GUO Yu, ZHENG Hua-wen

(Faculty of Mechanical and Electrical Engineering, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650093, China)

Abstract A profound study is made on the ways to choose filters in non-stationary signal process. It is discovered that Zero-Phase Filter can effectively eliminate the phase distortion and frequency shift of non-stationary signal that caused by IIR filter, which provides a reference for filter's selection to non-stationary signal and greatly enhances the precision to extract signals from a complex signal. The necessity and feasibility to employ Zero-Phase Filter on non-stationary signal analysis as an anti-frequency-overlap filter are presented and a simulation experiment on LabVIEW is introduced.

Key words zero-phase; digital filter; non-stationary signal; LabVIEW

0 引言

滤波是在信号处理中, 对信号分析前的一个重要的调理手段, 是信号处理中的一个必不可少的环节. 但不管是物理滤波器还是 FIR 或 IIR 数字滤波器通常都会造成信号的相位失真. 对于平稳信号应用线性相位滤波器信号的相位是不存在失真的, 只是有一个延迟, 如图 1 所示为正弦信号通过一般 IIR 滤波器滤波和零相位滤波器后与真实信号的比较图 (图 1 中 1 为 IIR 滤波信号, 2 为零相位滤波信号, 3 为原始信号). 故对于平稳信号采用零相位滤波意义不大. 而对非平稳信号使用一般滤波器滤波不仅会产生相位失真, 还会改变信号的瞬时频率.

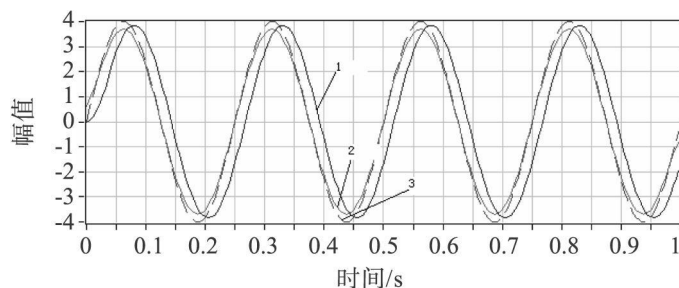


图1 正弦信号零相位滤波与IIR滤波结果
Fig.1 Result of a sine signal filtered by Zero-Phase Filter and IIR filter

零相位滤波技术由于其优越的滤波性能, 前人已对其进行了大量的研究工作^[1], 现在已经成为一种

收稿日期: 2007-01-1. 基金项目: 云南省自然科学基金资助 (项目编号: 2004E0011Q).

第一作者简介: 李之雄 (1980-), 男, 硕士研究生. 主要研究方向: 测试技术与信号处理.

E-mail: zhixiong@tom.com

成熟的技术, 其应用已有很多成功的范例^[2, 3]. 在非平稳信号处理中特别是后续处理需要得到准确的相位信息时, 零相位滤波的选用显得尤为必要, 但此前还没有人对此进行过深入的研究. 本研究将深入讨论将零相位滤波器引入到非平稳信号分析中作为抗频混滤波器的必要性和可行性, 并通过仿真实验证明了: 用零相位滤波能成功解决了上述问题.

1 零相位滤波器的实现

零相位数字滤波的实现有 FRR (forward-reverse filtering reverse output) 和 RRF (reverse-reverse filtering forward output) 2 种方法^[3], 不管是 FRR 还是 RRF 其基本原理都是运用了对信号进行正向滤波和反向滤波过程中所产生的相移相消原理. 在此只对 RRF 作法作简要的数学推导:

RRF 滤波方法是先将输入序列反转滤波 (reverse filter), 然后将所得结果逆转后反向通过同一滤波器, 再将所得结果顺序输出, 即得零相位失真的输出序列. RRF 滤波的原理如下:

$$y_1(n) = x(N - 1 - n) \quad (1)$$

$$y_2(n) = y_1(n) * h(n) \quad (2)$$

$$y_3(n) = y_2(N - 1 - n) \quad (3)$$

$$y(n) = y_3(n) * h(n) \quad (4)$$

其中, $x(n)$ 为信号原始采样序列; N 为信号序列长度; $h(n)$ 为所用数字滤波器冲激响应序列; $y(n)$ 为 RRF 滤波输出序列. 对 (1) 至 (4) 式作离散傅立叶变换就得到了 RRF 滤波的相应频域表示.

$$Y_1(e^{j\omega}) = e^{-j\omega(N-1)} X(e^{-j\omega}) \quad (5)$$

$$Y_2(e^{j\omega}) = Y_1(e^{j\omega}) * H(e^{j\omega}) \quad (6)$$

$$Y_3(e^{j\omega}) = e^{j\omega(N-1)} Y_2(e^{-j\omega}) \quad (7)$$

$$Y(e^{j\omega}) = Y_3(e^{j\omega}) * H(e^{j\omega}) \quad (8)$$

$$\text{由式 (5) ~ (8) 可得, } Y(e^{j\omega}) = X(e^{j\omega}) |H(e^{j\omega})|^2 \quad (9)$$

由式 (9) 知, 滤波输出 $Y(e^{j\omega})$ 与输入 $X(e^{j\omega})$ 之间不存在相移. 所以零相位滤波在理论上可精确实现零相位失真滤波.

2 数字滤波器选择

从其滤波实现方法可知零相位滤波器的 2 种方法都不具有物理可实现性, 如它们都要将数据反转. 所以其只能是一种数字滤波器, 而不可能有对应的模拟滤波器存在. 对于数字滤波器, 计算量始终是其应用的一个瓶颈. 数字滤波器有 FIR 滤波器和 IIR 滤波器 2 种, 它们都可以用来构造零相位滤波器. 尽管 FIR 滤波器具有恒稳定性, 线性相位的设计容易得到保证 (即没有相位失真, 只是对信号产生了一个延迟效应), 对有限精度误差敏感性较小等优点^[4], 但是要得到像 IIR 滤波器那么好的截止特性, 需要大幅度提高其阶数, 这就会带来计算量的剧增和较长的延迟. 为了提高计算速度一般选用在阶数较低时就具有很好截止特性的 IIR 滤波器来构造零相位滤波器.

3 仿真实验对比实验验证

下面以线性调频信号—— chirp 信号来模拟非平稳信号 (在不考虑幅值变化的情况下, 其频率变化规律近似于旋转机械升降速过程中的实际信号的频率变化), 由于一般滤波器的相频特性都不是线性的, 又由于该非平稳信号是变频信号, 故其对信号每个时刻的延迟都不一样, 这会严重引起信号的波形畸变, 即

使后面重构算法没有误差, 重构出来的也是一个失真信号. 现在 Labview 平台下进行模拟实验.

3.1 软件实现

在 Labview 平台下开发一个能分析对比几种滤波器并非平稳信号精确重构有影响的虚拟仪器.

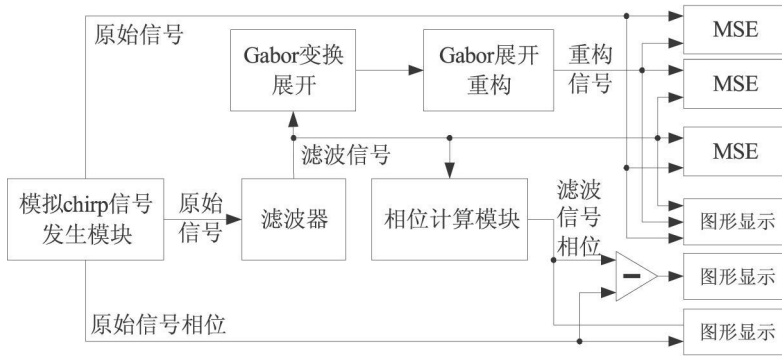


图2 仪器功能结构图

Fig.2 Function structure of the instrument

3.1.1 仪器功能说明, 参看图 2

- 1) 产生一个 chirp 信号, 其相应采样点处的瞬时相位为 Φ_0
- 2) 原始信号与重构信号、原始信号与滤波信号、滤波信号与重构信号在通带内的均方根误差 (mean square error 简称 MSE) 分别称为总误差、滤波误差和重构误差.
- 3) 计算出信号分别通过 IR 滤波器和零相位滤波器后的相位 Φ_1 , 并将其与原始真实相位 Φ_0 分别以表格和图像的形式对比显示出来, 同时对 $\Delta\Phi = \Phi_1 - \Phi_0$ 也用图像显示出来.

3.1.2 技术说明

1) 在虚拟仪器前面板的参数设置上, 为了提高后续计算信号相位的精度, 选用了较高的采样率 $f_s = 20\,000\text{Hz}$ chirp 信号频率设置上, 使信号瞬时频率在 1 s 内从 2 Hz 变到 100 Hz 滤波器设置时, 为了更好的可比性, 零相位滤波器与 IR 滤波器参数设置应相同;

2) 算法说明

① chirp 信号的离散表达式为:

$$x(n) = A \sin 2\pi \left(\frac{nf_1}{f_s} + \frac{f_2 - f_1}{2Tf_s^2} n^2 + \phi_0 \right) \quad (n = 0, 1, \dots, Tf_s - 1) \quad (10)$$

式中: A 为信号幅值, f_1, f_2 分别为 chirp 信号的起始、终止时刻的瞬时频率, ϕ_0 为信号初始相位, f_s 为采样频率, T 为信号持续时间.

② 滤波后信号的相位算法:

采用波形算法, 该算法由于存在来自零点定位误差, 数值有限截断误差、分段匀变频拟合误差 3 个方面的算法误差, 计算所得的相位就存在误差, 但通过对该信号未经过滤波器时用算法得到的相位与真实相位比较知, 在所述仿真条件下算法误差最大不超过 0.5° .

找出通带范围内所有过零点时标 (单位 $1/f_s$, 同时为了计算方便把 t_0 记为 0)

设离散序列 $x(n)$ 通过滤波器后得到 $y(i)$, 若 $y(i) \cdot y(i+1) < 0$ ($i < N_c$) 则

$$t_0_k = i + \frac{y(i)}{y(i) - y(i+1)} \quad (k = 1, 2, \dots, M) \quad (11)$$

$$T_k = t_0_k - t_0_{k-1} \quad (k = 1, 2, \dots, M) \quad (12)$$

假设通过滤波器之后的信号近似为一个 chirp 信号, 其分段瞬时频率变化率设为 α 由于滤波后的初始相位未知, 计算 α 时应从后往前算, 计算公式如下:

$$\alpha_M = \frac{360}{T_M T_{M-1}} \frac{T_{M-1} - T_M}{T_M + T_{M-1}} \quad (13)$$

$$\alpha_{k-1} = \frac{1}{2} \left(\alpha_k + \frac{360}{T_k T_{k-1}} \frac{T_{k-1} - T_k}{T_k + T_{k-1}} \right) \quad (14)$$

$$\alpha_2 = \frac{360}{T_3 T_2} \frac{T_2 - T_3}{T_3 + T_2} \quad \alpha_1 = 2\alpha_2 - \alpha_3 \quad (15)$$

计算滤波后信号的初始频率

$$f_0 = \frac{180}{T_2} - \frac{1}{2} \alpha_2 T_2 - \alpha_1 T_1 \quad (16)$$

计算滤波后信号的初相 ϕ_0

$$\phi_0 = 180 - (f_0 T_1 + \frac{1}{2} T_1^2) \quad (17)$$

分段计算滤波后信号的相位:

$$\Phi(n)_1 = \phi_0 + f_0 n + \frac{1}{2} \alpha_1 n^2 \quad (18)$$

$$\Phi(n)_k = \Phi(n)_{k-1} + (n - [t_{k-1}]_-) (f_0 + \alpha_1 T_1 + \dots + \alpha_{k-1} T_{k-1}) + \frac{1}{2} \alpha_k (n - [t_k]_-)^2 \quad (19)$$

式中, $[]_-$ 表示向下圆整

3.2 仿真结果及分析比较

将一个在 1 s 内瞬时频率从 5 Hz 变到 100 Hz 的 chirp 信号, 分别通过上截止频率为 70 Hz 的 7 阶低通 IIR 滤波器和零相位滤波器进行对比仿真实验, 仿真结果如图 3 所示。

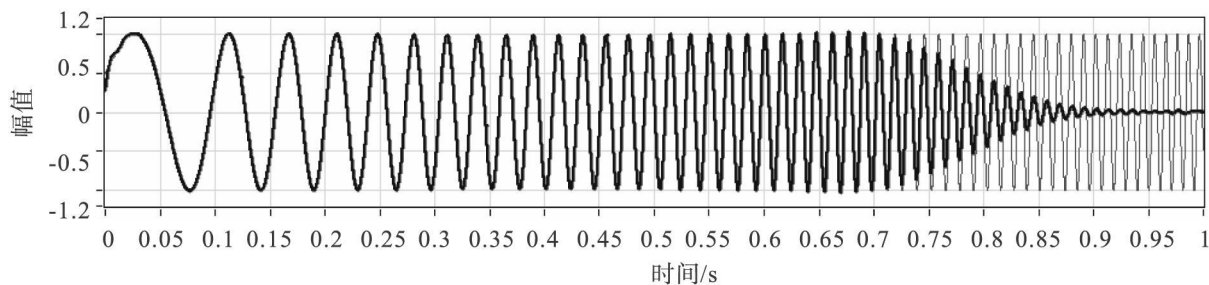


图3 零相位滤波信号与原信号

Fig.3 Signal filtered by zero-phase filter and original signal

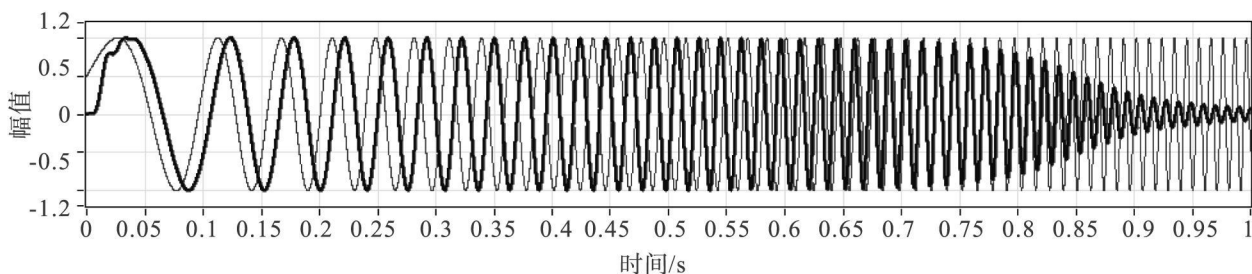


图4 IIR滤波信号与原信号

Fig.4 Signal filtered by IIR filter and original signal

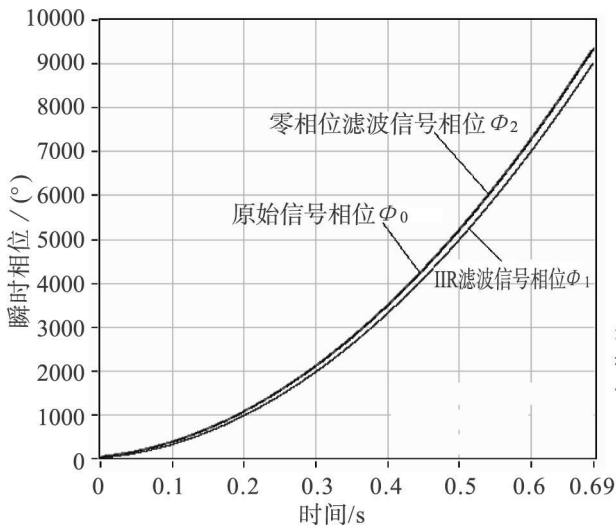


图5 瞬时相位
Fig.5 Instant phase

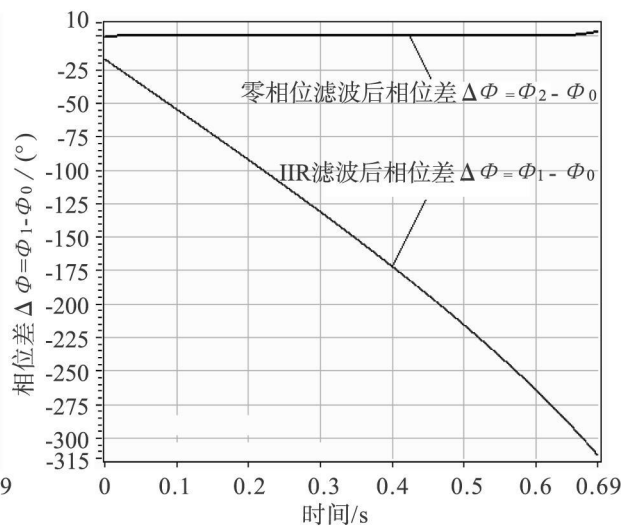


图6 相位瞬时相位差
Fig.6 Instant phase difference

对比图 3~图 6 中的仿真结果可看出(在通带范围 $0\sim 70\text{Hz}$ 亦即 $0\sim 6.9\text{s}$ 内):

时域波形在阶数相同时,零相位滤波器比采用同一算法的 IIR 滤波器(所用的滤波器都是切比雪夫滤波器)具有更好的截止特性,所以可以以较低阶数的零相位滤波器达到同样截止要求,减少了截止要求非常高时采用高阶 IIR 滤波器的失稳风险;还应注意,当信号的初值不为零时,滤波器的阶跃响应,对信号的初始阶段的影响很大,但与一般 IR 滤波器相比零相位滤波器阶跃响应的超调量和稳定时间均要小于 IR 滤波器的相应值。

从瞬时相位来看,通过零相位滤波器后信号的相位基本上没有改变,图示的相位差很小,主要来源于算法误差,只有在截止频率附近,由于滤波器的边缘效应,才有几度的相移。而通过 IR 滤波器滤波后的信号,相位改变明显,且瞬时相位差不为一常数,这就造成了信号的严重失真。如该仿真结果所示,在我们关心的 $0\sim 70\text{Hz}$ 范围内,亦即 $0\sim 6.9\text{s}$ 内滤波后信号的振荡几乎少了 1 个周期。

相位改变对于一个平稳信号来说,只是产生一个延迟;而对于频率变的非平稳信号,相移也相当于将信号延迟,不同的是由于非平稳信号的频率是时变的,信号的延迟就意味着信号频率的改变,仿真信号通过 IIR 滤波器后,初相由原来的 30° 变为约 13° ,信号的起始瞬时频率由原来的 5Hz 变到了约 4Hz 在整个时间历程上,滤波后信号的瞬时频率总比原始信号的瞬时频率小约 1Hz 所以信号的瞬时相位差随时间近似成线性变化。

通过零相位滤波器后信号 MSE 为 1.6126×10^{-4} ;而通过 IIR 滤波器后信号 MSE 为 1.1934 超过了信号的幅值。而信号的重构误差则为 10^{-12} 数量级,相对于滤波误差完全可以忽略不记。

4 结论

仿真实验证明了,将零相位滤波技术引入到非平稳信号处理中来,对信号进行抗频混滤波,能有效消除滤波环节中对信号造成的相位失真和瞬时频率的改变,对后续处理(如从复杂测试信号中精确提取出我们感兴趣的当分量信号)的影响。为非平稳信号处理中,正确选用滤波器提供参考,同时在提高非平稳信号的分离精度方面迈进了一步。

参考文献:

- [1] Gustafsson F. Determining the Initial States in Forward-Backward Filtering. IEEE Transactions on Signal Processing [J]. 1996 44(4): 988-992
- [2] 郭瑜,秦树人. 旋转机械阶比分析中的零相位跟踪滤波法 [J]. 中国机械工程, 2003, 14(23), 2041-2045.
- [3] 纪跃波,秦树人,汤宝平. 零相位数字滤波器 [J]. 重庆大学学报, 2000 23(6): 4-7
- [4] Sen M, Kou Bob H, Lee 实时数字信号处理 [M]. 卢伯英译. 北京: 中国铁道出版社, 2004. 21-25.