

doi 10. 3969/j issn. 1007 - 855x 2009. 04. 023

2 个超混沌系统的自适应同步设计

张玮玮, 吴然超

(安徽大学 数学科学学院, 安徽 合肥 230039)

摘要: 研究中呈现了 2 个新的带未知参数不同混沌系统的自适应同步, 即 1 个不确定参数的超混沌 Lorenz 系统和 1 个不确定参数的超混沌 Liu 系统. 根据李亚普诺夫稳定性理论, 1 个自适应控制器和 1 个参数估计定律被设计来同步 2 个新的超混沌系统. 数值模拟来阐释理论的有效性.

关键词: 超混沌系统; 自适应同步; 参数估计

中图分类号: O415.5 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007 - 855X(2009)04 - 0105 - 06

Adaptive Synchronization Design between Two Hyperchaotic Systems

ZHANG Weiwei, WU Ran-chao

(Institute of Mathematical Sciences, Anhui University, Hefei 230039, China)

Abstract: This paper presents chaos synchronization between two different hyperchaotic dynamical systems with unknown parameters, i.e. an uncertain hyperchaotic Lorenz system and an uncertain hyperchaotic Liu system. Based on Lyapunov stability theory, an adaptive controller and a parameter estimation law are designed to synchronize the two novel hyperchaotic systems. Numerical simulations illustrate the effectiveness of the proposed theory.

Key words: hyperchaotic system; adaptive synchronization; parameter estimation

0 引言

混沌同步是耦合系统的内在行为, 在过去几年内已经受到广泛的关注. 在 1990 年, 皮卡发现了一种方法^[1]来实现不同初始条件的恒等系统的同步. 后来, 发现了许多新的控制方法实现混沌同步, 例如: 积极控制方法^[2], 自适应控制方法^[3], 回步控制方法^[4], 光滑控制方法^[5]等等.

然而, 大部分方法主要关注低维混沌的同步, 自从 Sprott 首先引进了超混沌动力学系统^[6], 在过去几年内许多超混沌系统被研究. 例如: 通过设计一个状态反馈控制^[7], 超混沌陈式系统被产生. 通过有效的积极控制实现超混沌 LS 系统和 Qi 系统^[8]. 幸运的是, 一些同步低维混沌系统的方法能广泛同步超混沌系统^[9-11].

最近, 一些作者已经研究 2 个恒等的混沌系统的同步^[12], 由于不同混沌系统的结构复杂性和参数不匹配, 同步 2 个不同的混沌系统很是曲折. 结果, 一些同步不同的混沌系统工作被呈现^[13-14]. 基于李亚普诺夫稳定性理论, 我们设计了一个自适应控制器和一个参数估计定律. 根据这个自适应控制器, 我们实现了同步超混沌 Lorenz 系统和超混沌 Liu 系统.

1 系统描述

新的超混沌 Lorenz 系统^[15]模型为:

$$\begin{cases} \dot{x} = a(y - x) + dz \\ \dot{y} = cx - y - xz - w \\ \dot{z} = xy - bz \\ \dot{w} = kx + ly \end{cases} \quad (1)$$

收稿日期: 2008 - 10 - 28 基金项目: 安徽省自然科学基金 (070416225), 安徽省高校省级自然科学基金重点项目资助 (KJ2007A003, KJ2008A025).

第一作者简介: 张玮玮 (1982 -), 男, 在读硕士研究生. 主要研究方向: 混沌的控制与同步. E-mail: wwzhahu@yahoo.com.cn

其中 a, b, c, d, k, l 是常数, x, y, z, w 是状态变量. 当 $a = 80, b = 60, c = 40, d = 30, k = -73.3, -15.7, (7.5, 14, 7), l = 30$ 时, 系统是超混沌的见图 1.

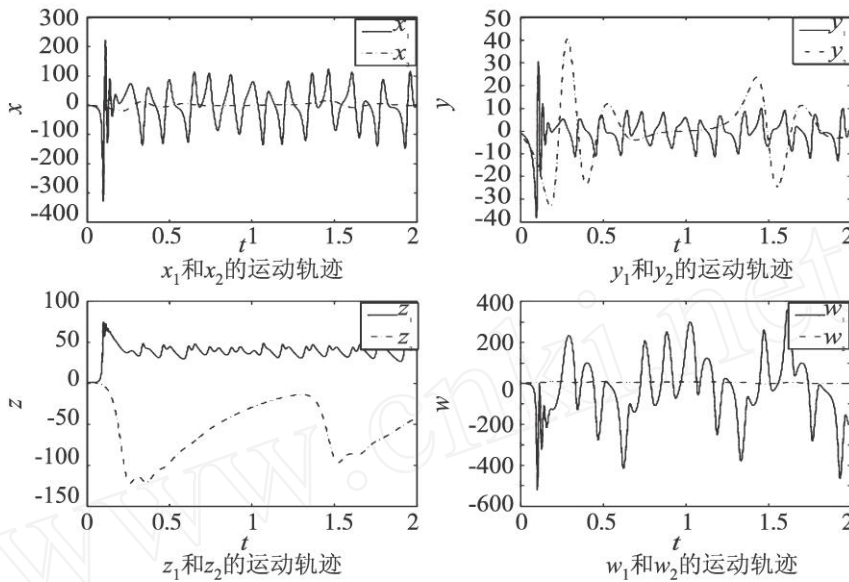


图 1 2 混沌系统在不加控制条件下的运动轨迹

Fig. 1 Time evolutions of the two hyperchaotic systems without control

新的超混沌 Liu 系统^[16]模型为:

$$\begin{cases} \dot{x} = a(y - x) \\ \dot{y} = x + pxz + qw \\ \dot{z} = -z - hx^2 + mw \\ \dot{w} = -y \end{cases} \quad (2)$$

其中 $a, b, c, d, k, l, p, q, h, m$ 是正的常数, x, y, z, w 是状态变量. 当 $a = 10, b = 40, c = 2.5, p = 1, q = 1, h = 4, m = 1, l = 2.5$ 时, 系统是超混沌的 (见图 2).

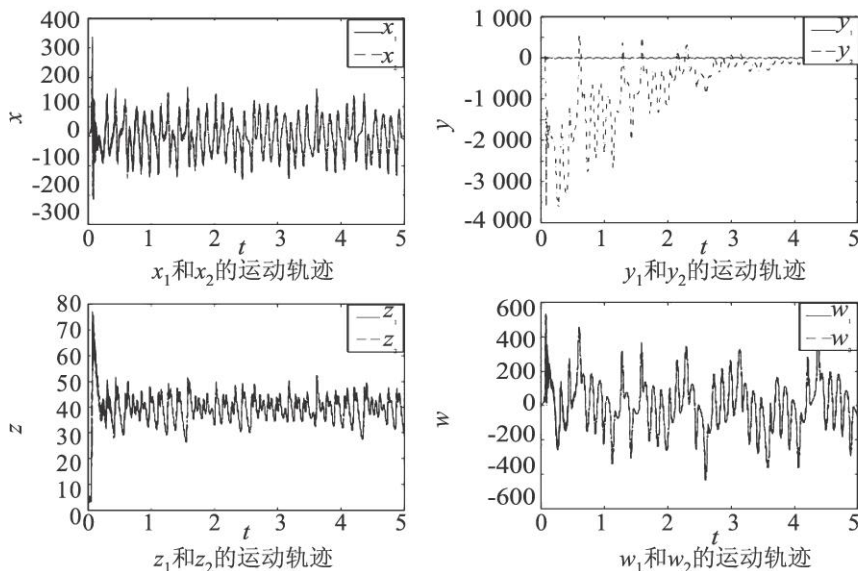


图 2 2 混沌系统在控制条件下的运动轨迹

Fig. 2 Time evolutions of the two hyperchaotic systems with control

2 超混沌 Lorenz 系统和超混沌 Liu 系统的自适应同步

为了实现新的超混沌 Lorenz 系统和新超混沌 Liu 系统的同步行为, 不失一般性, 我们选择新的超混沌 Lorenz 系统作为驱动系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = a(y_1 - x_1) + dy_1 z_1 \\ \dot{y}_1 = cx_1 - y_1 - x_1 z_1 - w_1 \\ \dot{z}_1 = x_1 y_1 - bz_1 \\ \dot{w}_1 = kx_1 + ly_1 z_1 \end{cases} \quad (3)$$

让新的超混沌 Liu 系统作为反应系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_2 = a(y_2 - x_2) + u_1 \\ \dot{y}_2 = -x_2 + px_2 z_2 + qw_2 + u_2 \\ \dot{z}_2 = -z_2 - hx_2^2 + mw_2 + u_3 \\ \dot{w}_2 = -y_2 + u_4 \end{cases} \quad (4)$$

其中 u_1, u_2, u_3, u_4 是被设计的控制函数.

假设所有的参数 $a, b, c, d, k, l, p, q, h, m,$ 是未知的. 下面我们设计自适应控制器和参数估计定律来实现 2 个超混沌系统的同步.

把 (4) - (3) 得到误差系统:

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = (y_2 - x_2) - a(y_1 - x_1) - dy_1 z_1 + u_1 \\ \dot{e}_2 = x_2 + px_2 z_2 + qw_2 - cx_1 + y_1 + x_1 z_1 + w_1 + u_2 \\ \dot{e}_3 = -z_2 - hx_2^2 + mw_2 - x_1 y_1 + bz_1 + u_3 \\ \dot{e}_4 = -y_2 - kx_1 - ly_1 z_1 + u_4 \end{cases} \quad (5)$$

其中 $e_1 = x_2 - x_1, e_2 = y_2 - y_1, e_3 = z_2 - z_1, e_4 = w_2 - w_1$.

为了实现驱动系统 (3) 和反应系统 (4) 的同步, 应确定有效的控制器和参数估计定律使得系统 (5) 一只渐进趋于原点.

定理: 对于任何初始条件, 当自适应控制器和参数估计定律分别设计如下时

$$\begin{cases} \dot{u}_1 = -(y_2 - x_2) + \hat{a}(y_1 - x_1) + \hat{d}y_1 z_1 - s_1 e_1 \\ \dot{u}_2 = -x_2 - \hat{p}x_2 z_2 - \hat{q}w_2 + \hat{c}x_1 - y_1 - x_1 z_1 - w_1 - s_2 e_2 \\ \dot{u}_3 = \hat{z}_2 + \hat{h}x_2^2 - \hat{m}w_2 - \hat{b}z_1 + x_1 y_1 - s_3 e_3 \\ \dot{u}_4 = \hat{y}_2 + \hat{k}x_1 + \hat{l}y_1 z_1 - s_4 e_4 \end{cases} \quad (6)$$

其中 $s_i (i = 1, 2, 3, 4)$ 是正的常数;

$$\begin{cases} \dot{\hat{a}} = -(y_1 - x_1) e_1 + \tilde{a} \\ \dot{\hat{b}} = z_1 e_3 + \tilde{b} \\ \dot{\hat{c}} = -x_1 e_3 + \tilde{c} \\ \dot{\hat{d}} = -y_1 z_1 e_1 + \tilde{d} \\ \dot{\hat{l}} = -y_1 z_1 e_4 + \tilde{l} \\ \dot{\hat{k}} = -x_1 e_4 + \tilde{k} \end{cases} \quad (7)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \dot{\hat{a}} &= (y_2 - x_2) e_1 + \tilde{a} \\ \dot{\hat{b}} &= x_2 e_3 + \tilde{b} \\ \dot{\hat{c}} &= -z_2 e_3 + \tilde{c} \\ \dot{\hat{p}} &= x_2 z_2 e_3 + \tilde{p} \\ \dot{\hat{q}} &= w_2 e_3 + \tilde{q} \\ \dot{\hat{h}} &= -x_2^2 e_3 + \tilde{h} \\ \dot{\hat{m}} &= w_2 e_3 + \tilde{m} \\ \dot{\hat{l}} &= -y_2 e_4 + \tilde{l} \end{aligned} \right. \quad (8)$$

其中 $\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}, \hat{d}, \hat{l}, \hat{k}, \hat{p}, \hat{q}, \hat{h}, \hat{m}, \hat{l}$ 分别是 $a, b, c, d, l, k, p, q, h, m, l$ 参数估计值, 则系统 (3) 和 (4) 能全局渐进同步.

证明: 应用控制器 (6) 代入到 (5), 则误差系统变为:

$$\left\{ \begin{aligned} \dot{e}_1 &= \tilde{a}(y_2 - x_2) - \tilde{a}(y_1 - x_1) - \tilde{d}y_1 z_1 - s_1 e_1 \\ \dot{e}_2 &= \tilde{x}_2 + \tilde{p}x_2 z_2 + \tilde{q}w_2 - \tilde{c}x_1 + \tilde{w}_1 - s_2 e_2 \\ \dot{e}_3 &= -\tilde{z}_2 - \tilde{h}x_2^2 + \tilde{m}w_2 + \tilde{b}z_1 - s_3 e_3 \\ \dot{e}_4 &= -\tilde{y}_2 - \tilde{k}x_1 - \tilde{l}y_1 z_1 - s_4 e_4 \end{aligned} \right. \quad (9)$$

其中 $\tilde{a} = a - \hat{a}, \tilde{b} = b - \hat{b}, \tilde{c} = c - \hat{c}, \tilde{d} = d - \hat{d}, \tilde{l} = l - \hat{l}, \tilde{k} = k - \hat{k}, \tilde{w} = w - \hat{w}, \tilde{p} = p - \hat{p}, \tilde{q} = q - \hat{q}, \tilde{h} = h - \hat{h}, \tilde{m} = m - \hat{m}, \tilde{l} = l - \hat{l}$.

考虑下面李亚普诺夫函数:

$$V(t) = \frac{1}{2} (e^T e + \tilde{a}^2 + \tilde{b}^2 + \tilde{c}^2 + \tilde{d}^2 + \tilde{l}^2 + \tilde{k}^2 + \tilde{w}^2 + \tilde{p}^2 + \tilde{q}^2 + \tilde{h}^2 + \tilde{m}^2 + \tilde{l}^2)$$

则该函数沿着误差系统的导数为:

$$\begin{aligned} V(e(t)) &= \dot{e}^T e + \dot{\tilde{a}}\tilde{a} + \dot{\tilde{b}}\tilde{b} + \dot{\tilde{c}}\tilde{c} + \dot{\tilde{d}}\tilde{d} + \dot{\tilde{l}}\tilde{l} + \dot{\tilde{k}}\tilde{k} + \dot{\tilde{w}}\tilde{w} + \dot{\tilde{p}}\tilde{p} + \dot{\tilde{q}}\tilde{q} + \dot{\tilde{h}}\tilde{h} + \dot{\tilde{m}}\tilde{m} + \dot{\tilde{l}}\tilde{l} = \\ &= e_1 \dot{e}_1 + e_2 \dot{e}_2 + e_3 \dot{e}_3 + e_4 \dot{e}_4 + \tilde{a}(-\dot{\hat{a}}) + \tilde{b}(-\dot{\hat{b}}) + \tilde{c}(-\dot{\hat{c}}) + \tilde{d}(-\dot{\hat{d}}) + \tilde{l}(-\dot{\hat{l}}) + \tilde{k}(-\dot{\hat{k}}) + \tilde{w}(-\dot{\hat{w}}) + \tilde{p}(-\dot{\hat{p}}) + \tilde{q}(-\dot{\hat{q}}) + \tilde{h}(-\dot{\hat{h}}) + \tilde{m}(-\dot{\hat{m}}) + \tilde{l}(-\dot{\hat{l}}) = \\ &= e_1 [\tilde{a}(y_2 - x_2) - \tilde{a}(y_1 - x_1) - \tilde{d}y_1 z_1 - s_1 e_1] + e_2 [\tilde{x}_2 + \tilde{p}x_2 z_2 + \tilde{q}w_2 - \tilde{c}x_1 + \tilde{w}_1 - s_2 e_2] + \\ &+ e_3 [-\tilde{z}_2 - \tilde{h}x_2^2 + \tilde{m}w_2 + \tilde{b}z_1 - s_3 e_3] + e_4 [-\tilde{y}_2 - \tilde{k}x_1 - \tilde{l}y_1 z_1 - s_4 e_4] + \\ &+ \tilde{a}[(y_1 - x_1) e_1 - \tilde{a}] + \tilde{b}[-z_1 e_3 - \tilde{b}] + \tilde{c}[x_1 e_3 - \tilde{c}] + \tilde{d}[y_1 z_1 e_1 - \tilde{d}] + \tilde{l}[y_1 z_1 e_1 - \tilde{l}] + \\ &+ \tilde{k}[x_1 e_4 - \tilde{k}] + \tilde{w}[-(y_2 - x_2) e_1 - \tilde{w}] + \tilde{p}[-x_2 e_3 - \tilde{p}] + \tilde{q}[z_2 e_3 - \tilde{q}] + \tilde{h}[x_2^2 e_3 - \tilde{h}] + \tilde{m}[-w_2 e_3 - \tilde{m}] + \tilde{l}[-y_2 e_4 - \tilde{l}] = \end{aligned}$$

$e_1 \dot{e}_1 + e_2 \dot{e}_2 + e_3 \dot{e}_3 + e_4 \dot{e}_4 + \tilde{a}(-\dot{\hat{a}}) + \tilde{b}(-\dot{\hat{b}}) + \tilde{c}(-\dot{\hat{c}}) + \tilde{d}(-\dot{\hat{d}}) + \tilde{l}(-\dot{\hat{l}}) + \tilde{k}(-\dot{\hat{k}}) + \tilde{w}(-\dot{\hat{w}}) < 0$

$V(t)$ 是正定的且 $\dot{V}(t)$ 在误差系统的零解领域是负定的. 根据李亚普诺夫稳定性理论, 则误差系统一致渐进趋于原点. 因此, 在自适应控制器 (6) 和参数估计定律 (7) 和 (8) 下, 驱动系统的状态变量 x_1, y_1, z_1, w_1 和反应系统的状态变量 x_2, y_2, z_2, w_2 实现了同步.

3 数值模拟

在这节, 数值模拟的结果来证实同步方法的有效性. 在本节的所有数值模拟实验中, 均用 4 阶的 Runge - Kutta 方法解微分方程, 步长为 0.001. 我们假设控制输入 $(s_1, s_2, s_3, s_4) = (1, 1, 1, 1)$. 设参数 $a = 80, b = 60, c = 40, d = 30, k = (-73.3, -15.7), (7.5, 14.7), l = 30$, 则驱动系统 (3) 是超混沌的. 设

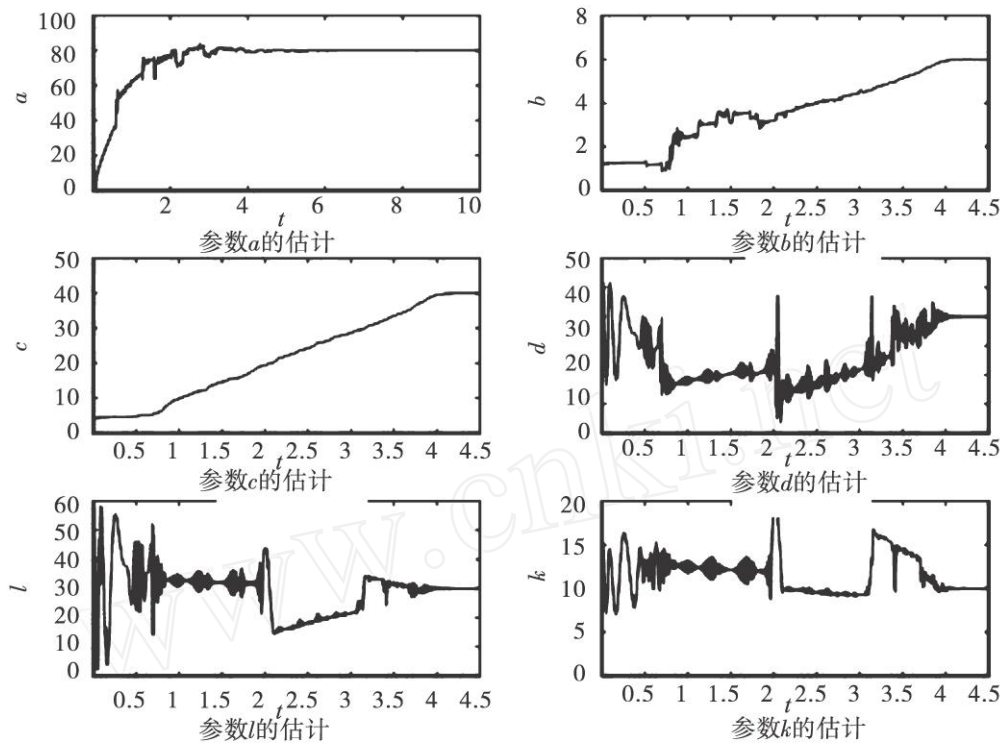


图 3 参数 a, b, c, d, l, k 的估计

Fig. 3 Estimated values of parameters a, b, c, d, l, k.

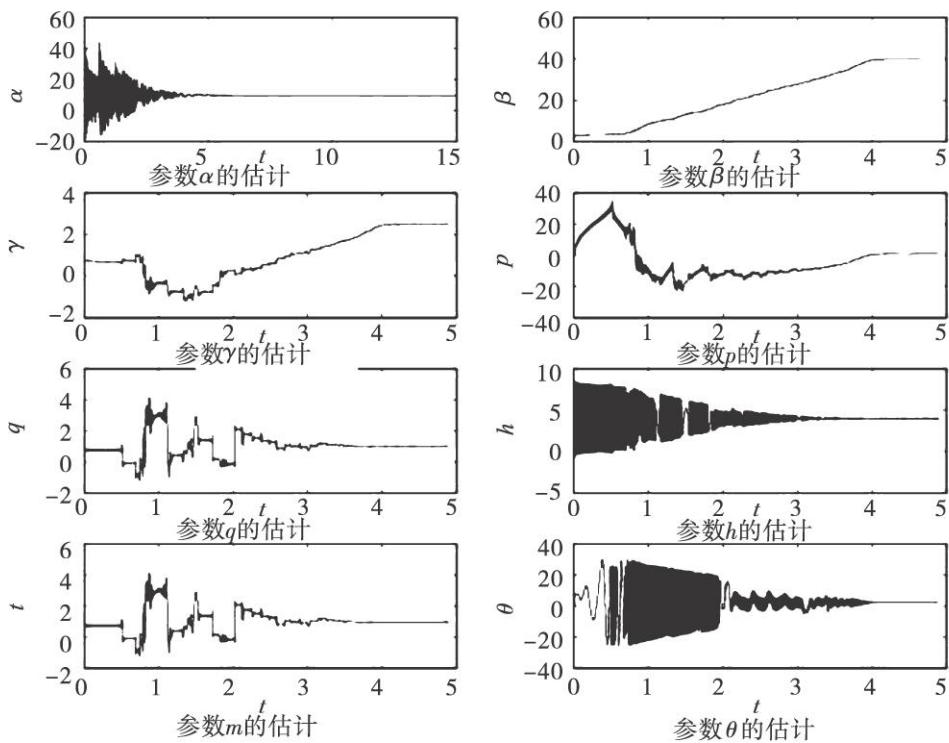


图 4 参数 $\alpha, \beta, \gamma, p, q, h, m, \theta$ 的估计

Fig. 4 Estimated values of parameters $\alpha, \beta, \gamma, p, q, h, m, \theta$.

$= 10$, $= 40$, $= 2.5$, $p = 1$, $q = 1$, $h = 4$, $m = 1$, $= 2.5$, 反应系统 (4) 在没有控制的情况下展示超混沌行为. 驱动系统的初始条件设为 $x_1(0) = -1$, $y_1(0) = -1$, $z_1(0) = 1$, $w_1(0) = 1$, 反应系统的初始条件设为 $x_2(0) = -2$, $y_2(0) = -2$, $z_2(0) = 2$, $w_2(0) = 2$ 参数估计定律的初始条件设为 $(0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.1, 0.1, 0.3, 0.4, 0.2, 0.1, 0.3, 0.2, 0.1, 0.1)$. 这 2 个超混沌系统在不加控制条件下的运动轨迹见图 1, 这 2 个超混沌系统在控制条件的运动轨迹见图 2 两混沌系统的参数估计见图 3, 4, 很明显, 随着时间的演变, 这些参数趋于某些常数.

4 结论

研究主要讨论了带未知参数的超混沌 Lorenz 系统和超混沌 Liu 系统的自适应同步. 比较先前的文章, 自适应同步不仅在 2 个恒等的超混沌系统下能够实现, 而且特别也在两个不同的超混沌系统下能够实现, 更具有普遍性. 基于李亚普诺夫稳定性理论, 我们通过设计了一个自适应控制器和一个参数估计定律来实现两个不同超混系统的同步. 数值模拟来证实方法和结果的有效性.

参考文献:

- [1] PECORA L, CARROLL T. Synchronization in Chaotic System[J]. Phys Rev Lett, 1990, 64(10): 821 - 824.
- [2] BAIE W, LONNGREN K E. Sequential Synchronization of Two Lorenz Systems Using Cctive Control[J]. Chaos Solit. Fract., 2000, 11(7): 1041 - 1044.
- [3] HEGAZIA S, AGZA H N, EL - DESSOKYM. Adaptive Synchronization for Ssler and Chua's Systems[J]. Int J B ifurcation and Chaos, 2002, 12(7): 1579 - 1597.
- [4] GE S S, WANG C, LEE T H. Adaptive Backstepping Control of Cclass of Chaotic System[J]. Int J B ifurcation and Chaos, 2000, 10(5): 1139 - 1147.
- [5] YAU H T, CHEN C K, CHEN C L. Sliding Mode Control of Chaotic System with Uncertainties[J]. Int J B ifurcation and Chaos, 2000, 10(5): 1139 - 1147.
- [6] SSLER OE. An Equation for Hyperchaos[J]. Phys Lett A, 1979, 71(2 - 3): 155 - 157.
- [7] LI Y, TANG W K S, CHEN G R. Generating Hyperchaos Via State Feedback Control[J]. Int J B ifurcation and Chaos, 2005, 15(10): 3367 - 3375.
- [8] LU F, REN Y, SHAN X, QU Z. A linear Feedback Synchronization Theom for A Class of Chaotic Systems[J]. Chaos Solit. Fract., 2002, 13(2): 341 - 352.
- [9] JIA Q. Adaptive Control and Synchronization of A New Hyperchaotic System With Unknown Parameters[J]. Phys Lett A, 2007, 362(5 - 6): 424 - 429.
- [10] ZHANG H. Controlling and Tracking Hyperchaotic Ssler System Via Active Backstepping Design[J]. Chaos Solit. Fract., 2005, 26(2): 353 - 361.
- [11] JANG M, CHEN C, CHEN C. Sliding Mode Control of Hyperchaos in Ssler Systems[J]. Chaos Solit. Fract., 2002, 14(9): 1465 - 1476.
- [12] ELABBASY E M, AGZA H N, EL - DESSOKYM M. Adaptive Synchronization of System With Uncertain Parameters[J]. Chaos Solit. Fract., 2004, 21(4): 657 - 667.
- [13] ZHANG H, HUANG W, WANG Z, CHAI T. Adaptive Synchronization Between Two Different Chaotic Systems[J]. Phys. Lett. A, 2006, 350(5 - 6): 363 - 366.
- [14] PARK J H. Chaos Synchronization Between two Different Chaotic Dynamical Systems[J]. Chaos Solit. Fract., 2006, 27(2): 549 - 554.
- [15] WANG F Z, CHEN Z Q, WU W J, YUAN Z Z. A Novel Hyperchaos Evolved From Three Dimensional Modified Lorenz Chaotic System[J]. Chin. Phys., 2007, 16(11): 3238 - 3243.
- [16] LU C X. A New Hyperchaotic Dynamical System[J]. Chin Phys, 2007, 16(11): 3279 - 3284.